

Математическое моделирование и его применение в преднамеренной расстройке параметров и оптимизации ресурсных характеристик турбомашин

Нгуен Ван Винь, Репецкий Олег Владимирович

Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, Россия, Иркутск, vinh.july177@gmail.com

Аннотация. Статья посвящена разработке и применению математических моделей для исследования влияния преднамеренной расстройки на долговечность рабочих колес энергетических турбомашин методом конечных элементов (МКЭ). Выполнено численное исследование введения преднамеренной расстройки и оптимизации ресурсных характеристик энергетических турбомашин, на основе созданных или развитых математических моделей динамической нагрузки лопаток турбомашин и оценки ресурсных характеристик. Использование полученных математических моделей и численного МКЭ в данной работе позволяет повысить эффективность и надежность новых конструкций на стадии проектирования и доводки роторных деталей рабочих колес турбомашин. Подтверждено, что на основе созданных математических моделей и комплекса программ, возможно получить необходимую точность расчетов и провести вычислительные эксперименты для оценки влияния преднамеренной расстройки параметров в идеальных циклических симметричных системах и системах с расстройкой. Для исследования влияния преднамеренной расстройки рабочих колес турбомашин применены программный комплекс ANSYS WORKBENCH и оригинальные авторские программы. Объектом исследования является академическое рабочее колесо с 10-ю лопатками, изготовленное в Бранденбургском техническом университете.

Ключевые слова: академическое рабочее колесо, долговечность, математические модели, метод конечных элементов, преднамеренная расстройка

Цитирование: Нгуен В.В. Математическое моделирование и его применение в преднамеренной расстройке параметров и оптимизации ресурсных характеристик турбомашин / В.В. Нгуен, О.В. Репецкий // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 2(26). – С. 24-30. – DOI:10.38028/ESI.2022.26.2.002.

Введение. Расстройка в конструкциях облопаченных дисков турбомашин возникает при небольшом отличии между лопатками по массе, геометрии, материалу или неидентичности секторов лопаточного диска, нарушающих циклическую симметрию рабочих колес. Также причинами расстройки параметров являются неизбежные технологические допуски на их изготовление [1, 2, 3], неоднородность материала [4, 5], разная посадка в замках [6, 7], действие различных эксплуатационных факторов и повреждения при эксплуатации [8, 9, 10].

В настоящее время известно достаточно большое количество вариантов преднамеренной расстройки, каждый из которых может быть либо использован на реальных конструкциях для улучшения ресурсных характеристик, либо служить некой моделью, позволяющей обнаружить определенные закономерности влияния тех или иных изменений на статические и динамические характеристики академических и промышленных турбомашин. К числу последних можно отнести, например, внесение сосредоточенных масс в определенные точки поверхности пера лопаток с учетом чувствительности этих конструкций [11].

Некоторые предложенные в данной статье параметры преднамеренной расстройки можно использовать для реальных рабочих колес, так как они не вносят существенного изменения аэродинамики рабочих ступеней турбомашин. Такими видами являются: несущественное изменение толщины и степени закрутки лопаток, например, от нарушения технологических процессов изготовления данных конструкций; наличие забоин или трещин

изделий; сверление отверстий в перо лопатки; применение различных материалов для отдельных лопаток; скругление или обрезание углов лопатки на ее периферии; шлифование отдельных частей лопатки; неоднородность материала пера и другие изменения [12].

Значения расстройки параметров лопаток определяются по формуле [12]:

$$\Delta f_i = \frac{f_{j,i} - \bar{f}_j}{\bar{f}_j}, \quad (1)$$

где $f_{j,i}$ – значение частоты j -ой формы колебания лопаток, $i = 1, \dots, N$ (N – число лопаток), \bar{f}_j – среднее арифметическое значение основных частот. Степень расстройки учитывается коэффициентом:

$$S_k = \frac{1}{\bar{f}_j} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_{i,j} - \bar{f}_j)^2}. \quad (2)$$

Увеличение/уменьшение амплитуд колебаний и напряжений по сравнению с идеальной конструкцией характерны для колебаний расстроенных систем. Для количественной оценки вводится максимальный коэффициент увеличения амплитуды колебаний γ . Данный коэффициент γ связывает максимальную амплитуду расстроенной системы с максимальной амплитудой настроенной системы и имеет вид:

$$\gamma = \frac{A_{\text{расс. (максимум)}}}{A_{\text{настр. (максимум)}}}. \quad (3)$$

Коэффициент увеличения амплитуды γ зависит от степени расстройки и закона распределения расстройки. Например, в работе [13] моделируется влияние различных распределений расстройки на максимальную амплитуду колебания, которая может быть величиной от 130 до 210%.

1. Применение математического моделирования в преднамеренной расстройке параметров. Математическое моделирование преднамеренной расстройки на основе МКЭ и различных программных комплексов позволяет существенно сократить объем дорогостоящих экспериментальных исследований, проанализировать большое количество математических моделей расстройки при существенном снижении времени проектирования и доводки новых конструкций.

Подобный анализ выполнен на примере академического рабочего колеса с 10-ю лопатками. Рис. 1 иллюстрирует конечноэлементную модель колеса в пакете программ ANSYS, состоящую из 38830 трехмерных элементов типа TET10 и 228840 степеней свободы. Математическая модель возбуждения лопатки, развитая авторами, представлена на рис. 2. Для численной оценки долговечности данной конструкции применена математическая модель на основе численного метода систематизации динамических напряжений Rain-Flow (метод «дождя») и линейной гипотезы суммирования напряжений Palmgren-Miner [14]:

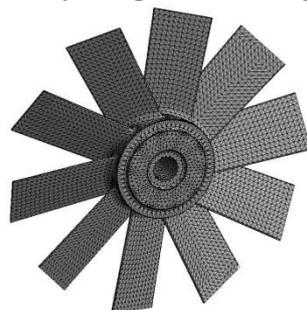


Рис. 1. Конечноэлементная модель академического рабочего колеса

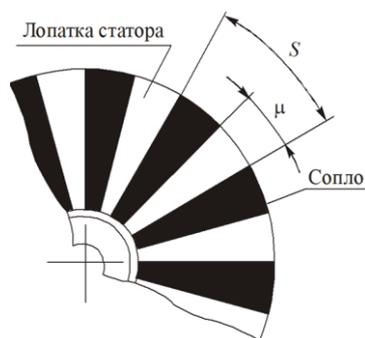


Рис. 2. Математическая модель возбуждения лопатки рабочего колеса

В табл. 1 представлен численный анализ введения преднамеренной расстройки и влияния ее на долговечность данной конструкции. Описание вариантов блочной модели и результатов по изменению толщины лопатки показаны в работе [15].

Таблица 1. Результаты расчета долговечности с различными вариантами блочных моделей

Вариант	Случай геометрического или механического изменения	Номер блочной модели	Долговечность (в циклах)	$\Delta \bar{N}$ (%)
1	Радиус скругления R5-R1	2	$1,7065 \cdot 10^6$	+19,4
2	Радиус скругления R5-R3	2	$1,4577 \cdot 10^6$	+2,0
3	Радиус скругления R5-R7	3	$1,4205 \cdot 10^6$	-0,6
4	Толщина $H_1 = 1.1 \cdot H_0$	1	$1,4327 \cdot 10^6$	+0,3
5	Толщина $H_2 = 0.9 \cdot H_0$	2	$1,5601 \cdot 10^6$	+9,2
6	Срез кромки $t=30\text{мм}$, $\alpha = 8^\circ$	1	$1,4859 \cdot 10^6$	+4,0
7	Срез кромки $t=15\text{мм}$, $\alpha = 60^\circ$	2	$1,3680 \cdot 10^6$	-4,2
8	4 отверстия с левой стороны	1	$1,4859 \cdot 10^6$	+4,0
9	4 отверстия с правой стороны	3	$1,5528 \cdot 10^6$	+8,7
10	Материал: Сталь - Титан	1	$1,6722 \cdot 10^6$	+17,0
11	Материал: Сталь - Титан	2	$1,6611 \cdot 10^6$	+16,27
12	Материал: Сталь - Титан	3	$1,5552 \cdot 10^6$	+8,86

Анализ таблицы 1 показывает, что при изменении радиуса перехода лопатки в диск при $R=1\text{мм}$ долговечность академического колеса с преднамеренной расстройкой увеличивается на 19,4%. Случай среза выходной кромки лопатки $t=15\text{мм}$ дает уменьшение долговечности академического колеса в сравнении с исходным колесом на 4,2%. Использование данных численных результатов позволяет повысить эффективность и надежность новых конструкций на стадии проектирования и доводки элементов рабочих колес турбомашин с минимальными экономическими и временными затратами.

2. Оптимизация введения преднамеренной расстройки. Вышеприведенные исследования выполнены на основе случайного применения преднамеренной расстройки, что не позволяет спрогнозировать выходные результаты. В данной статье описан оригинальный численно-экспериментальный подход, позволяющий оптимизировать введение расстройки параметров.

Несмотря на то, что случайная расстройка уже оказалась полезной для значительного сокращения вынужденного отклика, были предприняты усилия для дальнейшего улучшения результатов. На основании требования о стабилизации рабочего колеса в условиях

динамической нагрузки для второй формы колебаний и максимальной скорости вращения 100 (1/с) выполнена оптимизация схемы преднамеренной расстройки путем изменения жесткости лопаток. На основе формулы (1) значения расстройки параметров лопаток академического рабочего колеса для второй формы колебаний представлены в табл. 2.

Таблица 2. Значения расстройки параметров лопаток для второй формы колебаний

Номер лопатки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(\Gamma_u)$, эксп.	919,69	920,08	921,48	920,08	920,63	921,33	922,58	922,03	922,34	921,17
Δf (%)	-0,158	-0,115	0,037	-0,115	-0,055	0,021	0,156	0,097	0,130	0,003

Результат оптимизации преднамеренной расстройки получен на основе численно-экспериментальных исследований частот колебаний академического рабочего колеса (см. табл. 2), путем определения отклонения частот собственных колебаний лопаток на основе анализа среднего отклонения экспериментальных частот колебаний и корректировки исходного варианта расстройки. Рис. 3 показывает значение расстройки лопаток колеса для второй формы колебаний для оптимизации преднамеренной расстройки.

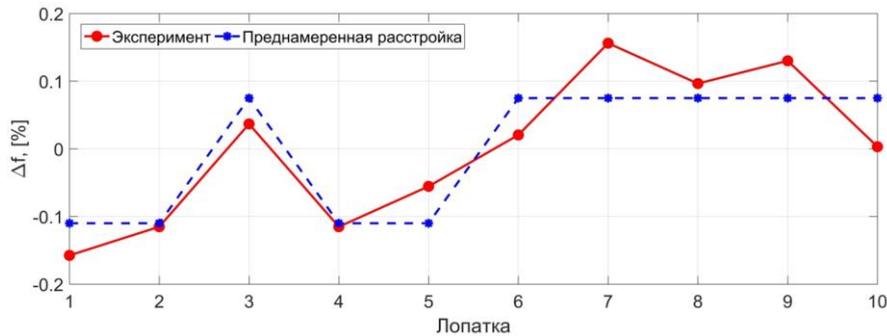


Рис. 3. Оптимизация введения преднамеренной расстройки

В результате оптимизации получаем модель с преднамеренной расстройкой, которая указывает наилучшее возможное распределение частот между лопатками. С целью минимизации производственных усилий были допущены только две различных механических характеристик (жесткости) лопатки, а именно $\Delta E_i^{on} \approx 2 \cdot \Delta f_i^{on} = -0.22\%$ или $+0.15\%$ (где ΔE_i^{on} - отклонение модуля Юнга i -й лопатки при оптимизации введения расстройки). Для того чтобы сравнить полученные результаты оптимизации необходимо рассмотреть и проанализировать две модели академического колеса. Первая модель с преднамеренной расстройкой на основе результатов вышеупомянутой оптимизации, вторая - в соответствии с настроенным замыслом конструкции, которая теоретически имеет все идентичные лопатки.

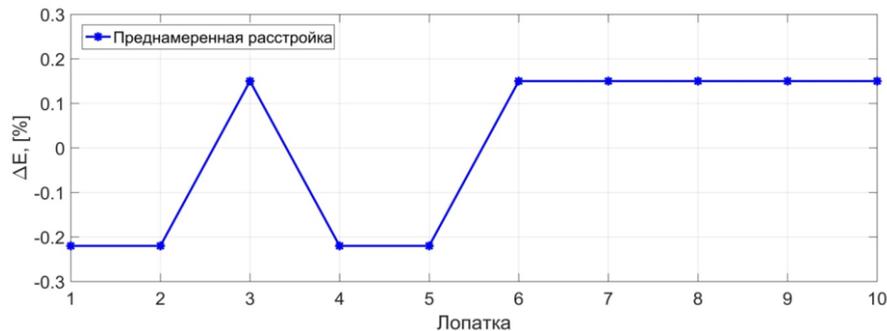


Рис. 4. Вариант оптимизации по различным значениям модуля Юнга

В реальности из-за воздействия допустимых производственных допусков, износа инструмента и т.п. невозможно избежать отклонений от лопатки к лопатке. Следовательно, реальные модели с расстройкой немного отличаются от проектных замыслов, как показано на рис. 4 с точки зрения относительных частотных распределений.

Далее приведен результат численного исследования ресурса академического рабочего колеса в случае оптимизации преднамеренной расстройки, описанной выше. Расчет долговечности с учетом преднамеренной расстройки параметров, вносимой в систему путем изменения механических характеристик лопаток показан на рис. 5.

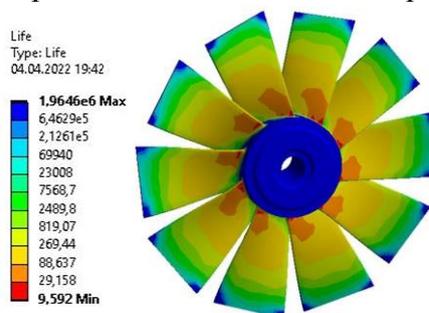


Рис. 5. Расчет долговечности рабочего колеса при оптимизации преднамеренной расстройки

Анализ результата исследования ресурса академического рабочего колеса показывает, что изменение значения модуля упругости при оптимизации преднамеренной расстройки приведет к увеличению их долговечности. Как следует из выполненного расчета, изменение модуля упругости по результатам оптимизации привело к увеличению долговечности академического рабочего колеса на 37,52% в сравнении с результатом долговечности без преднамеренной расстройки ($N = 1,4286 \cdot 10^6$). Изменение жесткости конструкции, описанное выше, сложно применить на практике. Поэтому самый эффективный способ для регулировки собственной частоты лопатки является изменение ее геометрии для обеспечения эффекта преднамеренной расстройки, который будет проведен в дальнейших исследованиях.

Заключение. В статье проведен анализ возможности и эффективности применения математических моделей для моделирования преднамеренной расстройки параметров. Выполнен количественный анализ влияния преднамеренной расстройки на усталостную прочность лопаточных структур. Представлены результаты численного исследования ресурса академического рабочего колеса при оптимизации введения преднамеренной расстройки. Анализ полученных результатов показывает, что оптимальное распределение модуля упругости по лопаткам приводит к увеличению долговечности академического рабочего колеса на 37,52% в сравнении с результатом долговечности от случайной расстройки.

Список источников

1. До М. Т. Численный анализ влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес турбомашин: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / До Мань Тунг: Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского. – Иркутск, 2014. – 197 с.
2. Beirow B., Giersch T., Kühhorn A., Nipkau J. Optimization-aided forced response analysis of a mistuned compressor blisk. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2015, 137(1).
3. Castanier M.P., Pierre C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors. *AIAA Journal*, 2002, vol. 40, no. 10.
4. Chan Y.J., Ewins D.J. The amplification of vibration response levels of mistuned bladed disks: its consequences and its distribution in specific situations. *J Eng Gas Turb Power*, 2011, vol. 133, no. 10, paper 102502, pp. 1–8.
5. Han Y., Murthy R., Mignolet M.P., Lentz J. Optimization of intentional mistuning patterns for the mitigation of effects of random mistuning. *J Eng Gas Turb Power*, 2014, vol. 136, no. 6, paper 062505, pp. 1–9.

6. Figaschewsky F., Kühhorn A., Beirou B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and Analysis of an Intentional Mistuning Experiment Reducing Flutter Susceptibility and Minimizing Forced Response of a Jet Engine Fan. ASME Paper, 2017, no. GT2017-64621.
7. Martel C., Sánchez-Álvarez J. J. Intentional mistuning effect in the forced response of rotors with aerodynamic damping. Journal of Sound and Vibration, 2018, vol. 433, pp. 212–229.
8. Ewins D. J. The Effects of Detuning Upon the Forced Vibrations of Bladed Disks. Journal of Sound and Vibration, 1969, vol 9, pp. 65–79.
9. Lim S. H., Castanier M. P., Pierre C. Intentional Mistuning Design Space Reduction Based on Vibration Energy Flow in Bladed Disks. ASME-Paper, 2004, GT2004-53873.
10. Martel C., Corral R., Llorens J. M. Stability Increase of Aerodynamically Unstable Rotors Using Intentional Mistuning. J Turbomach, January 2008, 130(1):011006.
11. Beirou B., Kühhorn A., Figaschewsky F., Bornhorn A., Repetckii O. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. Proceedings of ASME, 2018, GT2018-76584.
12. Beirou B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Vibration Analysis of an Axial Turbine Blisk with Optimized Intentional Mistuning Pattern. Journal of Sound and Vibration, 2019, vol. 442, pp. 11–27.
13. Choi B. K., Lentz J., Rivas-Guerra G. J., Mignolet M. PP. Optimization of Intentional Mistuning Patterns for the Reduction of the Forced Response Effects of Unintentional Mistuning: Formulation and Assessment. J. Eng. Gas Turbines Power, 2003, 125:131–140.
14. Репецкий О. В., Нгуен В.В. Анализ динамических характеристик облопаченных дисков турбомашин с преднамеренной расстройкой // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника, 2020. – № 62. – С. 61–70.
15. Репецкий О. В., Нгуен В. В. Численное исследование преднамеренной расстройки при вариациях толщины лопаток энергетических турбомашин // Вестник НГИЭИ, 2021. – № 8 (123). – С. 44–56.

Нгуен Ван Винь. Аспирант кафедры «Электрооборудования и физики», Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, AuthorID: 1081813; SPIN-код: 2759-6554; ORCID: 0000-0002-0030-1503, vinh.july177@gmail.com, 664038, Россия, г. Иркутск, пос. Молодежный.

Репецкий Олег Владимирович. Доктор технических наук, профессор, проректор по международным связям Иркутского государственного аграрного университета им. А.А. Ежевского, AuthorID: 118300, SPIN-код: 6232-8930, ORCID: 0000-0003-2560-2721, repetckii@igsha.ru, 664038, Россия, г. Иркутск, пос. Молодежный

UDC 519-7

DOI:10.38028/ESI.2022.26.2.002

Mathematical modeling and its application in intentional mistuning of parameters and optimization of life characteristics of turbomachines

Van Vinh Nguyen, Oleg V. Repetckii

Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky,
Russia, Irkutsk, vinh.july177@gmail.com

Abstract. The article is devoted to the development and application of mathematical models to study the effect of intentional mistuning on the durability of the impellers of power turbomachines by the finite element method (FEM). A numerical study of the introduction of intentional mistuning and optimization of the life characteristics of power turbomachines based on the created or developed mathematical models of the dynamic load of turbomachine blades and the assessment of life characteristics has been carried out. Using the obtained mathematical models and the numerical FEM method in this work makes it possible to increase the efficiency and reliability of new designs at the stage of designing and finishing the rotor parts of turbomachine impellers. It is confirmed that on the basis of the created mathematical models and a set of programs, it is possible to obtain the necessary accuracy of calculations and conduct computational experiments to assess the effect of deliberate mistuning of parameters in ideal cyclic symmetric systems and systems with mistuning. It is confirmed that on the basis of the created mathematical models and complex of programs, it is possible to obtain the necessary accuracy of calculations and conduct computational experiments to assess the effect of intentional mistuning in ideal cyclic symmetric systems and systems with mistuning. The ANSYS WORKBENCH software package and original author's programs were used to study the effect of intentional mistuning of the impellers of

turbomachines. The object of the study is an academic impeller with 10 blades, which is manufactured at the Brandenburg University of Technology.

Keywords: academic impeller, durability, mathematical models, finite element method, intentional mistuning

References

1. Do M. T. Chislennyj analiz vlijanija rasstrojki parametrov na dinamicheskie karakteristiki rabochih koles turbomashin [Numerical analysis of the effect of mistuning parameter on the dynamic characteristics of turbomachine impellers]. Ph.D. thesis, Irkutsk, 2014, 197 p.
2. Beirow B., Giersch T., Kühhorn A., Nipkau J. Optimization-aided forced response analysis of a mistuned compressor blisk. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2015, 137(1).
3. Castanier M.P., Pierre C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors. *AIAA Journal*, 2002, vol. 40, no. 10.
4. Chan Y.J., Ewins D.J. The amplification of vibration response levels of mistuned bladed disks: its consequences and its distribution in specific situations. *J Eng Gas Turb Power*, 2011, vol. 133, no. 10, paper 102502, pp. 1–8.
5. Han Y., Murthy R., Mignolet M.P., Lentz J. Optimization of intentional mistuning patterns for the mitigation of effects of random mistuning. *J Eng Gas Turb Power*, 2014, vol. 136, no. 6, paper 062505, pp. 1–9.
6. Figaschewsky F., Kühhorn A., Beirow B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and Analysis of an Intentional Mistuning Experiment Reducing Flutter Susceptibility and Minimizing Forced Response of a Jet Engine Fan. *ASME Paper*, 2017, no. GT2017–64621.
7. Martel C., Sánchez-Álvarez J. J. Intentional mistuning effect in the forced response of rotors with aerodynamic damping. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, vol. 433, pp. 212–229.
8. Ewins D. J. The Effects of Detuning Upon the Forced Vibrations of Bladed Disks. *Journal of Sound and Vibration*, 1969, vol 9, pp. 65–79.
9. Lim S. H., Castanier M. P., Pierre C. Intentional Mistuning Design Space Reduction Based on Vibration Energy Flow in Bladed Disks. *ASME–Paper*, 2004, GT2004–53873.
10. Martel C., Corral R., Llorens J. M. Stability Increase of Aerodynamically Unstable Rotors Using Intentional Mistuning. *J Turbomach*, January 2008, 130(1):011006.
11. Beirow B., Kühhorn A., Figaschewsky F., Bornhorn A., Repeckii O. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. *Proceedings of ASME*, 2018, GT2018–76584.
12. Beirow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Vibration Analysis of an Axial Turbine Blisk with Optimized Intentional Mistuning Pattern. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, vol. 442, pp. 11–27.
13. Choi B. K., Lentz J., Rivas-Guerra G. J., Mignolet M. PP. Optimization of Intentional Mistuning Patterns for the Reduction of the Forced Response Effects of Unintentional Mistuning: Formulation and Assessment. *J. Eng. Gas Turbines Power*, 2003, 125:131–140.
14. Repeckij O. V., Nguen V.V. Analiz dinamicheskikh karakteristik oblopachennykh diskov turbomashin s prednamerennoj rasstrojkoj [Dynamic characteristics analysis of bladed disk turbomachine based on intentional mistuning]. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University, Aerospace engineering*, 2020, no. 62, pp. 61–70.
15. Repeckij O. V., Nguen V. V. Chislennoe issledovanie prednamerennoj rasstrojki pri variacijah tolshhiny lopatok jenergeticheskikh turbomashin [Numerical study of intentional mistuning with variations in the thickness of the blades of power turbomachines]. *Bulletin of the NGIEI*, 2021, no. 8 (123), pp. 44–56.

Van Vinh Nguyen. *Postgraduate student of the Department «Electrical power and physics», Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, AuthorID: 1081813, SPIN-код: 2759–6554, ORCID: 0000–0002–0030–1503, vinh.july177@gmail.com, 664038, Russia, Irkutsk, Molodezhny settlement.*

Oleg V. Repeckii. *Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice-Rector for International Relations, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, AuthorID: 118300, SPIN-код: 6232–8930, ORCID: 0000–0003–2560–2721, repeckii@igsha.ru, 664038, Russia, Irkutsk, Molodezhny settlement.*

Статья поступила в редакцию 26.05.2022; одобрена после рецензирования 09.06.2022; принята к публикации 10.06.2022.

The article was submitted 05/26/2022; approved after reviewing 06/09/2022; accepted for publication 06/10/2022.