

Методика обработки результатов теплофизических экспериментов, основанная на решении двух видов задач нелинейного математического программирования

Клер Александр Матвеевич¹, Алексеюк Виталий Эдуардович^{1,2},

Левин Анатолий Алексеевич¹, Хан Полина Вениаминовна¹

¹Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, alexeyuk.vitaliy@yandex.ru,

²Иркутский национальный исследовательский технический университет,

Россия, Иркутск

Аннотация. Целью данного исследования является разработка эффективной методики обработки результатов теплофизических экспериментов, основанной на решении двух видов задач нелинейного математического программирования. В статье приводится описание предлагаемой методики идентификации коэффициентов математической модели теплофизического эксперимента по результатам замеренных опытных данных. Также рассматриваются две математические модели, интерпретирующие результаты выполненных натуральных экспериментов. Представленная в статье методика основана на методе максимального правдоподобия и учитывает относительные погрешности всех датчиков, использованных для получения значений измеряемых параметров. Более того, методика предполагает двухэтапный подход при решении задачи идентификации параметров математической модели. На первом этапе выполняется минимизация максимальной относительной погрешности среди измеряемых параметров, что позволяет выявить и исключить «плохие» замеры. Далее на втором этапе минимизируется сумма модулей относительных погрешностей всех измеряемых параметров. Вычислительные эксперименты показали, что такой подход более эффективен по сравнению с классическим методом наименьших квадратов, который чувствителен к наличию «плохих» замеров и при определенных условиях может становиться овражной функцией. В последнем разделе статьи приводятся результаты вычислительных экспериментов, апробирующих предлагаемую методику. Расчеты показали, что такой подход весьма эффективен и позволяет настроить коэффициенты математических моделей с высокой точностью.

Ключевые слова: теплофизический эксперимент, идентификация параметров, нелинейное математическое программирование, относительная погрешность, измеряемые параметры, критерий максимального правдоподобия, метод наименьших модулей, математическая модель

Цитирование: Клер А.М. Методика обработки результатов теплофизических экспериментов, основанная на решении двух видов задач нелинейного математического программирования / А.М. Клер, В.Э. Алексеюк, А.А. Левин, П.В. Хан // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 4(28). – С. 32-49. – DOI:10.38028/ESI.2022.28.4.003.

Введение. При проведении теплофизических исследований, направленных на изучение некоторого установившегося процесса, проводится значительное число отдельных экспериментов при различных условиях протекания процесса. При этом в каждом эксперименте измеряется некоторое количество таких параметров, как температура, давление, расход и другие. Замеры параметров производятся с некоторыми погрешностями. Как правило, погрешности измерений различных параметров различаются.

Одной из главных задач теплофизических исследований является подбор наиболее адекватной математической модели процесса. Обычно существуют несколько возможных вариантов математических моделей, среди которых следует выбрать наилучшую. Как правило, в каждой модели имеется несколько коэффициентов, которые необходимо подобрать (оценить) так, чтобы модель наиболее точно, в некотором смысле, образом описывала экспериментальные результаты.

Следует отметить, что на основе анализа каждой математической модели все замеренные параметры процесса можно разделить на две группы: информационно-входные и информационно-выходные. Параметры первой группы играют роль исходных данных для модели, то есть

их значения нужно задать для проведения расчета, а параметры второй группы вычисляются в результате расчета.

В идеальном случае оценке подлежат, как коэффициенты математической модели, так и «истинные» значения всех измеряемых с погрешностями параметров. При этом наиболее эффективным методом определения оценок указанных величин является метод максимального правдоподобия [1]. Метод состоит в поиске таких значений оцениваемых параметров, при которых максимума достигает некоторая функция правдоподобия. Если случайные величины (погрешности замеров) в одном эксперименте являются непрерывными и независимыми, то функция правдоподобия для одного эксперимента равна произведению плотностей вероятностей относительных погрешностей всех замеров одного эксперимента. Относительная погрешность равна модулю абсолютной погрешности, деленной на среднеквадратичное отклонение погрешности замера. Для серии экспериментов функция правдоподобия равна сумме функций правдоподобия экспериментов серии или средней функции правдоподобия для этих экспериментов.

Отметим, что погрешности замеров параметров в теплофизическом эксперименте можно считать случайными величинами с нормальным законом распределения, дисперсии которых определяются точностью измерительных устройств (класс точности α_i и максимальное значение шкалы датчика S_i). Как правило, считается, что среднеквадратичное отклонение (СКО) определяется из условия «трех сигма» [2]

$$\sigma_i = \frac{S_i \cdot \alpha_i}{3 \cdot 100}, \quad (1)$$

где i – номер измеряемого параметра в одном эксперименте.

Следует отметить, что плотность вероятности нормального распределения является весьма неудобной целевой функцией для задач оптимизации. Она состоит из вогнутых и выпуклых частей, что приводит к многоэкстремальности и даже при небольшом числе оптимизируемых параметров препятствует эффективному поиску оптимума.

Поэтому обычно вместо максимума функции правдоподобия ищется экстремальное значение другой функции, точка экстремума которой достаточно близка к точке экстремума функции правдоподобия. Как правило, в качестве такой функции принимается сумма квадратов относительных погрешностей измерений в серии экспериментов. При этом в качестве оптимизируемых параметров выступают «истинные» значения информационно-входных измеряемых параметров и коэффициенты математической модели. Такой подход нашел применение при решении задач оценивания состояния и идентификации коэффициентов математических моделей на основе результатов замеров параметров в нескольких режимах работы для теплоэнергетических установок [3]. Следует отметить, что в решаемых задачах число режимов работы не превосходит пяти, а число параметров, замеренных в каждом режиме, не более пятидесяти.

При обработке результатов теплофизических экспериментов число параметров, измеряемых в одном эксперименте, не велико (не более десяти), однако число отдельных экспериментов составляет несколько сотен, что приводит к общему числу измеряемых параметров, превосходящему тысячу. При таких условиях функция суммы квадратов относительных погрешностей, с учетом ограничений в форме равенств, определяемых математической моделью процесса, становится сильно овражной.

Опыт показал, что такая задача является практически не разрешимой. Поэтому для решения данной задачи на практике используется другой подход [4]. Согласно этому подходу, все «истинные» значения информационно-входных параметров принимаются равными ре-

зультатам замеров. Оптимизируются только коэффициенты математической модели. В целевую функцию включается сумма квадратов относительных погрешностей лишь информационно-выходных параметров. Эта задача имеет гораздо меньшее число оптимизируемых параметров (не более десяти) и может быть решена. Однако в ней не учитываются погрешности измерения информационно-входных параметров.

1. Методика идентификации коэффициентов математической модели теплофизического процесса по экспериментальным данным. В работе по оцениванию параметров теплоэнергетических установок и идентификации коэффициентов их математических моделей вместо минимизации суммы квадратов относительных погрешностей замеров предлагалось минимизировать сумму модулей относительных погрешностей измеряемых параметров [5]. Как известно, модуль некоторой переменной является негладкой функцией, производная которой имеет разрыв при нулевом значении аргумента. В указанной работе сформулирована задача математического программирования с гладкими целевой функцией и ограничениями в форме равенств и неравенств, в точке решения которой достигается минимум суммы модулей относительных погрешностей замеров. Эта задача имеет следующий вид (задача 1):

$$\min \sum_{i=1}^{N_e} \left(\sum_{j=1}^{N_z^{in}} \overline{x_{ij}^{in}} + \sum_{k=1}^{N_z^{out}} \overline{x_{ik}^{out}} \right), \tag{2}$$

при условиях:

$$\begin{aligned} x_{i1}^{r out} &= h_1 \left(x_{i1}^{r in}, \dots, x_{iN_z^{in}}^{r in}, c_1, \dots, c_K \right), \\ &\dots\dots\dots, \\ &\dots\dots\dots, \\ &\dots\dots\dots, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} x_{iN_z^{out}}^{r out} &= h_{N_z^{out}} \left(x_{i1}^{r in}, \dots, x_{iN_z^{in}}^{r in}, c_1, \dots, c_K \right), \\ \overline{x_{ij}^{in}} - \frac{(x_{ij}^{r in} - x_{ij}^{z in})}{\sigma_j^{in}} &\geq 0, \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \overline{x_{ij}^{in}} + \frac{(x_{ij}^{r in} - x_{ij}^{z in})}{\sigma_j^{in}} &\geq 0, \\ j &= 1, \dots, N_z^{in}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$x^{\max} \geq \overline{x_{ij}^{in}} \geq 0, \tag{6}$$

$$\overline{x_{ik}^{out}} - \frac{(x_{ik}^{r out} - x_{ik}^{z out})}{\sigma_k^{out}} \geq 0, \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \overline{x_{ik}^{out}} + \frac{(x_{ik}^{r out} - x_{ik}^{z out})}{\sigma_k^{out}} &\geq 0, \\ k &= 1, \dots, N_z^{out}, \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} x^{\max} \geq \overline{x_{ik}^{out}} &\geq 0, \\ i &= 1, \dots, N_e, \end{aligned} \tag{9}$$

где N_e – число экспериментов; N_z^{in} – число информационно-входных измеряемых параметров в одном эксперименте; N_z^{out} – число информационно-выходных измеряемых параметров в одном эксперименте; $\overline{x_{ij}^{in}}$ – вспомогательный параметр, соответствующий j -ому информационно-входному измеряемому параметру i -го эксперимента; $\overline{x_{ik}^{out}}$ – вспомогательный параметр,

соответствующий k -ому информационно-выходному измеряемому параметру i -го эксперимента; $x_{ij}^{r\ in}$ – оцениваемое значение j -го информационно-входного измеряемого параметра i -го эксперимента; $x_{ik}^{r\ out}$ – рассчитываемое значение k -го информационно-выходного измеряемого параметра i -го эксперимента; C_1, \dots, C_K – оптимизируемые коэффициенты математической модели процесса; $h_1, \dots, h_{N_z^{out}}$ – выражения, образующие математическую модель процесса, ориентированные на вычисление информационно-выходных измеряемых параметров; $x_{ij}^{z\ in}$ – замеренное значение j -го информационно-входного измеряемого параметра i -го эксперимента; $x_{ik}^{z\ out}$ – замеренное значение k -го информационно-выходного измеряемого параметра i -го эксперимента; σ_j^{in} – среднеквадратичная погрешность замера j -го информационно-входного измеряемого параметра; σ_k^{out} – среднеквадратичная погрешность замера k -го информационно-выходного измеряемого параметра; x^{\max} – максимально-допустимая относительная погрешность измерений.

Описание математических моделей изучаемого в работе теплофизического эксперимента, приведенное в 3 разделе данной статьи, указывает на наличие нелинейных функций в векторе-функции ограничений в форме равенств h . Анализ ограничений в форме равенств и неравенств в задаче (2-9) приводит к выводу, что весьма затруднительно математически строго обосновать, к какому классу задач относится данная задача, и подтвердить, что она является задачей выпуклого математического программирования. Однако, нестрогое суждение о выпуклости данной задачи можно выдвинуть на основании анализа выполненных вычислительных экспериментов. В подобных случаях зачастую используют метод мультистарта, заключающийся в следующем. Проводится серия вычислительных экспериментов из разных начальных точек с неизменными ограничениями в форме равенств и неравенств. Если результаты всех экспериментов сходятся в некоторой достаточно близкой области, в которой значения целевой функции и оптимизируемых параметров близки по значению, это косвенно свидетельствует о выпуклости решаемой задачи нелинейного математического программирования. Подобные исследования были выполнены как для задачи I (2-9), так и для нижеприведенной задачи 0 (10-15).

Как видно из анализа ограничений-неравенств, каждой относительной погрешности соответствуют два ограничения-неравенства и один вспомогательный параметр. Если относительная погрешность имеет положительное значение, то при минимизации вспомогательного параметра активным (стремящимися к нулю) будет первое ограничение, в котором перед относительной погрешностью стоит знак «-». Если относительная погрешность имеет отрицательное значение, то активным будет второе ограничение, в котором перед относительной погрешностью стоит знак «+». Легко увидеть, что в оптимальной точке решения задачи I значение ее целевой функции будет равно сумме модулей относительных погрешностей.

В качестве оптимизируемых параметров в задаче I выступают: вспомогательные параметры $\overline{x_{ij}^{in}}$ и $\overline{x_{ik}^{out}}$, оцениваемые информационно-входные измеряемые параметры $x_{ij}^{r\ in}$ и коэффициенты математической модели C_1, \dots, C_K . Общее количество оптимизируемых параметров задачи составляет $N_I^{opt} = 2 \cdot N_z^{in} \cdot N_e + N_z^{out} \cdot N_e + K$.

Следует отметить, что при подборе коэффициентов математической модели помимо средних показателей погрешностей измеряемых параметров следует обратить внимание на их максимальные отклонения. Если за счет небольшого ухудшения средних показателей удается

достаточно сильно сократить максимальные погрешности, то такое изменение математической модели оправдано. С учетом этого в предлагаемом подходе предусмотрен предварительный этап (задача 0), на котором решается задача минимизации максимальных погрешностей между расчетными и замеренными значениям параметров. Эта задача имеет следующий вид:

$$\min \bar{x}, \quad (10)$$

при условиях (3) и

$$\bar{x} - \frac{(x_{ij}^{rin} - x_{ij}^{zin})}{\sigma_j^{in}} \geq 0, \quad (11)$$

$$\bar{x} + \frac{(x_{ij}^{rin} - x_{ij}^{zin})}{\sigma_j^{in}} \geq 0, \quad (12)$$

$$j = 1, \dots, N_z^{in},$$

$$\bar{x} - \frac{(x_{ik}^{rout} - x_{ik}^{zout})}{\sigma_k^{out}} \geq 0, \quad (13)$$

$$\bar{x} + \frac{(x_{ik}^{rout} - x_{ik}^{zout})}{\sigma_k^{out}} \geq 0, \quad (14)$$

$$k = 1, \dots, N_z^{out},$$

$$\bar{x} \geq 0, \quad (15)$$

где \bar{x} – вспомогательный параметр.

В качестве оптимизируемых параметров в задаче 0 выступают: вспомогательный параметр \bar{x} , оцениваемые информационно-входные замеряемые параметры x_{ij}^{rin} и коэффициенты математической модели c_1, \dots, c_K . Общее количество оптимизируемых параметров составляет $N_0^{opt} = N_z^{in} \cdot N_e + K + 1$.

Следует отметить, что анализ оптимального решения задачи 0 позволяет выявить «плохие» замеры. Параметр x^{\max} принимается равным оптимальному значению параметра \bar{x} после решения задачи 0. Если количество замеров, в точке решения задачи 0 для которых относительная погрешность равна значению x^{\max} , существенно больше, чем математическое ожидание числа замеров, для которых относительные погрешности больше или равны максимальной относительной погрешности, то это свидетельствует либо о «плохой» модели, либо о наличии «плохих» замеров. Хотя ожидаемое число замеров, выходящих за установленный диапазон (N^{err}), является целым числом, его математическое ожидание может быть не целым числом.

Указанное математическое ожидание числа замеров, для которых относительная погрешность замера больше или равна x^{\max} в случае нормального распределения определяется из выражения:

$$M(N^{err}) = \Phi(x^{\max}) \cdot N = \Phi(x^{\max}) \cdot N_e \cdot N_z = \Phi(x^{\max}) \cdot N_e \cdot (N_z^{in} + N_z^{out}), \quad (16)$$

где $\Phi(x^{\max})$ – обратная величина от функции Лапласа [2], показывающая вероятность того, что нормально распределенное число выйдет за пределы установленного диапазона $(-x^{\max}, x^{\max})$, N – общее число замеряемых параметров во всех рассматриваемых экспериментах, N_z – число замеряемых параметров в одном эксперименте.

О том, что замер «плохой», можно судить как по близости его относительной погрешности в точке решения задачи 0 к x^{\max} , так и по большому значению двойственной переменной одного из двух ограничений-неравенств, относящихся к данному замеряемому параметру. Если экспериментов, в которых выявлены «плохие» замеры, немного и после удаления их результатов из условий задачи 0 и ее повторного решения удастся существенно сократить максимальную относительную погрешность, то можно считать, что мы имеем дело с «плохими»

замерами. Если повторное решение задачи 0 не позволило существенно сократить x^{\max} , то, скорее всего, мы имеем дело с «плохой» моделью процесса.

Функция правдоподобия серии экспериментов определяется из выражения:

$$F^{PR} = \sum_{i=1}^{N_e} \left[\prod_{j=1}^{N_z^{in}} \left(\frac{x_{ij}^{r\ in} - x_{ij}^{z\ in}}{\sigma_j^{in}} \right) \cdot \prod_{k=1}^{N_z^{out}} \left(\frac{x_{ik}^{r\ out} - x_{ik}^{z\ out}}{\sigma_k^{out}} \right) \right], \quad (17)$$

где f – функция плотности вероятности с нормальным законом распределения погрешностей.

Далее рассматривается применение изложенного подхода к обработке результатов теплофизического эксперимента, направленного на определение закономерностей протекания двухфазной среды через шаровую засыпку.

2. Описание экспериментальной установки. Исследование движения двухфазного потока через пористые среды представляет интерес в таких областях техники, как создание химических каталитических реакторов, высокоэффективных теплообменников, реакторов с шаровыми микротрещинами; анализ безопасности ядерных реакторов; совершенствование технологии добычи нефти и газа [6 – 8]. Одной из основных задач гидравлики и теплообмена является установление связи между расходом, или массовой скоростью, и перепадом давления.

Изучение расходных характеристик двухфазного потока в слое неупорядоченной засыпки сферических частиц выполнялось на установке ЦКП "Высокотемпературный контур" ИСЭМ СО РАН. Установка позволяет исследовать процессы в адиабатных и обогреваемых пароводяных потоках под давлением. Подробное описание установки и эксперимента можно найти в работе [9]. Схема экспериментального участка установки показана на рисунке 1.

Для минимизации тепловых потерь в окружающую среду наружная поверхность участка покрыта тепловой изоляцией. Горячая вода под давлением P_0 до 10 МПа поступает в нижнюю часть секции. При протекании через дроссельную шайбу 6 вода вскипает и образует пароводяную смесь. Изозэнтальпийный характер процесса дросселирования позволяет по измерениям параметров горячей воды T_0 и P_0 и давлению смеси P_1 рассчитать массовое расходное паросохранение x_1 на входе в засыпку.

При помощи вентиля 4 устанавливаются значения давления P_2 , определяющие перепад давления в слое при фиксированном давлении P_1 . Вентиль 5 открывался дополнительно только при создании очень больших перепадов давления в критических режимах истечения.

После экспериментального участка пароводяная смесь направляется в конденсатор. Охлажденный конденсат возвращается в питательный бак с водой. На линии возврата воды установлен автоматический измеритель расхода, в котором реализован объемный способ измерения с погрешностью, находящейся в пределах 5 % от значения параметра.

Методика проведения экспериментов построена на том, чтобы для каждого типа засыпки, характеризуемого своими значениями диаметра частиц d и высоты слоя H , при заданных параметрах потока на входе – P_1 , x_1 , получить последовательность значений массовой скорости ρw_m от перепада давления ΔP . Установление задаваемого значения x_1 обеспечивалось поддержанием с помощью автоматического регулятора ОВЕН ТРМ 210-Щ1.УР соответствующей температуры воды $T_0 = const$ перед шайбой. Изменением степени открытия вентиля 4 достигаются разные уровни перепада давления ΔP . Поддержание условия $P_1 = const$ обеспечивалось при этом корректировкой расхода через участок. Если при полностью открытом положении вентиля 4 максимальный расход не был достигнут надежно, дальнейшее понижение давления P_2 , вплоть до близкого к атмосферному, производилось открытием вентиля 5. Давления P_0 , P_1 и P_2 измерялись датчиками ПД100, для измерения перепада давления по высоте засыпки использовались датчики DMD-331. Приводимая в техническом паспорте основная погрешность всех вышеперечисленных датчиков составляет 0,5 %.

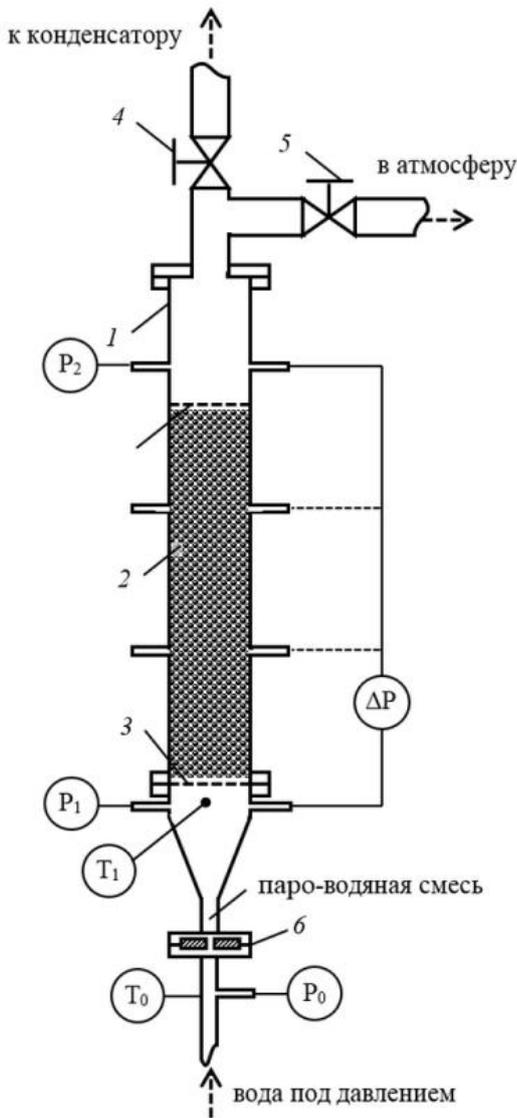


Рис. 1. Схема экспериментального участка. 1 – стальной цилиндрический канал; 2 – засыпка из шаровых частиц; 3 – решетки; 4 и 5 – регулирующие вентили; 6 – дроссельная шайба; ΔP – датчики перепада давления; P_1, P_2 – датчики абсолютного давления; T_0, T_1 – термопары

Для проведения экспериментов использовались стальные шарики диаметром 2 и 4 мм, образующие неупорядоченный зернистый слой в трубе внутренним диаметром 39 мм. Рассмотрены четыре значения высоты слоя H – 50, 100, 250, 355 мм; и три значения давления P_1 – 600, 900, 1200 кПа. Расходное массовое паросодержание x_1 на входе в зернистый слой изменялось в диапазоне от 0,011 до 0,178. Были получены замеры для 53 режимов истечения на данной установке при различных начальных параметрах и типах засыпки, суммарно насчитывающие 430 экспериментов.

3. Математические модели теплофизического эксперимента. Представленная в этой работе методика идентификации была применена к двум моделям, обобщающим данные эксперимента по истечению пароводяной смеси через шаровую засыпку.

3.1 Обзор математических моделей падения давления в двухфазном потоке. Математические модели падения давления в двухфазном потоке основаны на моделях падения давления в однофазных потоках. По происхождению их можно разделить на четыре типа. Модели первого типа основаны на модели элемента гидравлической цепи, где сопротивление учитывает пористость, размер частиц и высоту засыпки, а плотность жидкости заменена на плотность двухфазной смеси [10]. Модели второго типа используют методику Локкарта-Мартинелли, изначально предложенную для адиабатического течения двухфазной смеси в трубах. Экспериментальные исследования течения пароводяной смеси в засыпках и других пористых телах позволили получить параметры модели для таких систем [11, 12]. Модели третьего типа опираются на обобщенные уравнения Дарси-

Форхгеймера, описывающие одновременное протекание жидкой и газовой фазы через пористую среду с учетом силы взаимодействия между ними. Построение моделей третьего типа осуществлялось как на основе теоретического описания взаимодействия жидкой и паровой фазы друг с другом и частицами засыпки [13, 14], так и на основе экспериментальных исследований по течению пароводяной смеси через засыпку при почти нулевых скоростях движения жидкой фазы [15, 16]. Модели четвертого типа, рассмотренные в данной работе более детально, основаны на уравнениях динамики газа при истечении через зернистый слой [17].

3.1 Математическая модель А. Первая рассмотренная модель позволяет найти падение давления пароводяной смеси ΔP при известной массовой скорости ρw_m . Массовая скорость ρw_m получена при усреднении по свободному от засыпки сечению канала при средней пористости m . Другими входными параметрами модели являются диаметр шаровых частиц d , толщина слоя H , входное давление P_1 и входное массовое паросодержание x_1 .

Модель основана на полученном Гольдштиком [17] уравнении для градиента давления в потоке газа через зернистый слой:

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{m \cdot (m-1)}{\psi \cdot d} \cdot \frac{(\rho w_m)^2}{\rho}, \quad (18)$$

где $\psi = 0,508 - 0,56 \cdot (1-m)$ – минимальное проходное сечение засыпки.

Путём измерения объема воды, вытесняемой шариками, установлено, что $m = 0.370$ для частиц диаметром 2, $m = 0.396$ для частиц диаметром 4 мм.

Таиров и Хан [4, 18] расширили область применения уравнения (18) на двухфазные потоки, выразив плотность двухфазной смеси через давление следующим образом.

Пароводяная смесь движется через засыпку под действием градиента давлений. Вдоль засыпки давление снижается, а смесь расширяется. При этом уменьшается ее плотность, снижается температура, а паросодержание растет. Наличие двух фаз и изменение фазового состава определяют отличие процесса расширения пароводяной смеси от расширения газа.

Плотность двухфазной смеси связана с плотностями жидкой и паровой фаз через истинное объемное паросодержание φ

$$\rho = \rho' \cdot (1-\varphi) + \rho'' \cdot \varphi. \quad (19)$$

В модели Таирова и Хан [18] истинное объемное паросодержание выражено через коэффициент скольжения фаз s

$$\varphi = \left(1 + s \cdot \frac{\rho''}{\rho'} \cdot \frac{1-x}{x} \right)^{-1}, \quad (20)$$

который, в свою очередь, выражен функцией от давления P и массового расходного паросодержания x

$$s = 1 + \frac{C_2 \cdot \Omega \cdot (1-\Omega)}{P^{C_3}}, \quad (21)$$

$$\Omega = \left[1 + \frac{C_1 \cdot (1-x)}{x} \right]^{-1},$$

где C_1 , C_2 и C_3 – коэффициенты математической модели.

Связь массового расходного паросодержания x с давлением задана условием сохранения энтальпии при расширении смеси

$$h'(P) \cdot (1-x) + h''(P) \cdot x = h'(P_1) \cdot (1-x_1) + h''(P_1) \cdot x_1. \quad (22)$$

Таким образом, правая часть уравнения (18) с учетом уравнений (19 – 22) является функцией давления.

Обыкновенное дифференциальное уравнение (18) с начальными условиями $P(y=0) = P_1$ было решено численно с помощью метода прямоугольников с шагом 0,5 мм, определенным путем удвоения размера сетки до достижения точности 0,1 %. Решение ОДУ (18) даёт выходное давление $P_2 = P(y=H)$ и перепад давления $\Delta P = P_1 - P_2$ при данных значениях входных параметров модели и коэффициентов C_1 , C_2 , C_3 .

3.2 Математическая модель В. Вторая рассмотренная модель решает обратную задачу нахождения массовой скорости ρw_m при известном перепаде давления пароводяной смеси ΔP . Остальные входные параметры те же, что у модели А.

Для получения аналитического выражения решения как прямой, так и обратной задачи, система уравнений (18 – 22) дополнена уравнением политропы с показателем n , не меняющимся вдоль канала:

$$\frac{P}{P_1} = \left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^n. \quad (23)$$

Результат интегрирования (18) с учетом (23) имеет вид

$$P_2 = P_1 \left[1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{m \cdot (m-1)}{\psi \cdot d} \cdot \frac{(\rho w_m)^2}{\rho_1 \cdot P_1} \cdot \frac{H}{d} \cdot \frac{n+1}{n} \right]^{\frac{n}{n+1}}, \quad (24)$$

откуда массовая скорость может быть выражена, как функция входного и выходного давлений (или падения давления, т.к. $P_2 = P_1 - \Delta P$):

$$\rho w_m = \sqrt{\frac{2 \cdot n}{3 \cdot (n+1)} \cdot \frac{d}{H} \cdot \frac{\psi}{m \cdot (1-m)} \cdot P_1 \cdot \rho_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]}. \quad (25)$$

Как показано Таировым и Хан [4], показатель политропы можно приблизить функцией входного массового расходного паросодержания

$$n = C_4 + C_5 \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-x_1}{C_6}\right) \right]. \quad (26)$$

Таким образом, математическая модель В задана уравнением (25) для массовой скорости, уравнениями (19 – 21) для ρ_1 и уравнением (26) для показателя политропы. Модель имеет шесть коэффициентов C_1, \dots, C_6 . В качестве начальных значений коэффициентов приняты значения, представленные в работе [4].

4. Вычислительные эксперименты. Используя замеренные значения параметров из всех 430 экспериментов, были решены задачи 0 и I для математических моделей А, В. Решение этих задач было выполнено модифицированным градиентным методом, разработанным в ИСЭМ СО РАН [19, 20]. Данный метод обладает высокой точностью решения и позволяет решать оптимизационные задачи больших размерностей (тысячи оптимизируемых параметров, тысячи ограничений в форме равенств и неравенств).

Очевидно, что в рамках данной статьи невозможно представить расчетные данные по всем проведенным экспериментам, поэтому для демонстрации полученных результатов из 430 опытов были выбраны пять. В табл. 1 представлены замеренные и рассчитанные значения параметров в выбранных экспериментах для математической модели А. В табл. 2 приводятся замеренные и расчетные данные в выбранных для демонстрации экспериментах для математической модели В.

Погрешность измерений при расчетах учитывалась через среднеквадратичное отклонение (СКО) замеряемых параметров (1). Класс точности измерительных датчиков, максимальное значение шкалы прибора и СКО соответственно составили:

- параметр P_1 : $\alpha_1 = 0,5\%$, $S_1 = 1600$ кПа, СКО (σ_1) = 2,67 кПа;
- параметр T_0 : $\alpha_2 = 0,5\%$, $S_2 = 800$ °С, СКО (σ_2) = 1,33 °С;
- параметр ρw_m : СКО рассчитывалось, как 5% от значения параметра;
- параметр ΔP : $\alpha_3 = 0,5\%$, $S_3 = 600$ кПа, СКО (σ_3) = 1,0 кПа.

В табл. 1 представлены результаты решения оптимизационных задач 0 и I, направленные на определение трех коэффициентов в математической модели А теплофизического процесса. Для демонстрации результатов из 430 экспериментов, участвующих в расчете, были выбраны пять экспериментов, один из которых содержал «плохие» замеры (эксперимент №1) и был отброшен по результатам решения задачи 0.

Таблица 1. Результаты оптимизационных расчетов для пяти выбранных экспериментов из серии (математическая модель А)

Номер эксперимента	Замеряемый параметр	Замеренные значения	Расчетные (оцениваемые) значения замеряемых параметров							
			Задача 0 (все замеры)		Задача 0 (удалены «плохие» замеры)		Задача I ($x^{\max} = 3,2$)		Задача I (без ограничений x^{\max})	
			Значение	Относ. погр-ть	Значение	Относ. погр-ть	Значение	Относ. погр-ть	Значение	Относ. погр-ть
1	$T_0, ^\circ\text{C}$	203,5	207,18	3,679						
	$P_1, \text{кПа}$	600	592,64	3,679						
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	162	171,93	3,679						
	$\Delta P, \text{кПа}$	98	94,32	3,679						
2	$T_0, ^\circ\text{C}$	240,8	237,73	3,073	237,70	3,102	237,61	3,195	240,80	0
	$P_1, \text{кПа}$	600	604,36	2,180	606,24	3,122	603,37	1,687	600,00	0
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	503	474,79	3,366	476,70	3,137	476,18	3,200	461,08	5,000
	$\Delta P, \text{кПа}$	351	351,84	0,836	354,10	3,104	351,00	0	351,00	0
3	$T_0, ^\circ\text{C}$	184,2	187,27	2,366	187,30	3,102	187,40	3,195	184,20	0
	$P_1, \text{кПа}$	600	596,25	1,876	593,76	3,122	593,61	3,197	600,00	0
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	430	452,85	3,189	452,47	3,136	452,93	3,200	480,02	6,980
	$\Delta P, \text{кПа}$	231	229,94	1,062	227,90	3,102	227,81	3,195	231,00	0
4	$T_0, ^\circ\text{C}$	199,9	203,19	3,291	202,90	2,995	203,10	3,195	199,90	0
	$P_1, \text{кПа}$	900	896,07	1,965	894,98	2,509	893,61	3,197	900,00	0
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	317	334,81	3,371	333,10	3,047	333,90	3,199	356,59	7,493
	$\Delta P, \text{кПа}$	284	282,56	1,437	281,80	2,205	281,11	2,892	284,00	0
5	$T_0, ^\circ\text{C}$	263,5	262,65	0,847	261,87	1,634	263,50	0	263,50	0
	$P_1, \text{кПа}$	1200	1200,04	0,021	1200,62	0,309	1200,00	0	1200,0	0
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	303	295,86	1,414	291,85	2,207	290,89	2,398	297,25	1,138
	$\Delta P, \text{кПа}$	571	571,055	0,055	571,14	0,140	571,00	0	571,00	0

В первых столбцах таблицы приводятся замеренные значения параметров, снятые с измерительных датчиков во время проведения эксперимента. Далее в таблице приводятся рассчитанные (оцениваемые) значения замеряемых параметров, полученные в результате выполнения вычислительных экспериментов на математической модели А. Столбец «задача 0 (все замеры)» содержит результаты решения задачи 0, в котором участвуют все 430 экспериментов. Размерность оптимизационной задачи составила: 1294 оптимизируемых параметра и 3440 ограничений-неравенств.

В оптимальной точке решения было получено значение максимальной относительной погрешности, равной $\bar{x} = 3,679$. В соответствии с алгоритмом поиска «плохих» замеров, изложенным выше, было установлено, что пять экспериментов оказывают наибольшее влияние на результаты расчета и их устранение повлечет за собой значительное снижение максимальной относительной погрешности. Исключение соответствующих замеров и повторное решение задачи 0 позволило снизить максимальную относительную погрешность до значения $\bar{x} = 3,141$. Результаты решения данной задачи для выбранных экспериментов приведены во втором столбце таблицы «Задача 0 (удалены «плохие» замеры)».

Далее была решена задача I (таблица 2), в которую входили замеры параметров оставшихся в расчете 425 экспериментов. Размерность оптимизационной задачи составила: 3013

оптимизируемых параметров и 3430 ограничений-неравенств. Параметр x^{\max} в постановке задачи I принимает значение чуть большее, чем значение параметра \bar{x} в точке решения задачи 0. В данной работе параметр x^{\max} округлялся в большую сторону до ближайшей десятой части числа. Таким образом, максимально-допустимая относительная погрешность измерений была зафиксирована на значении $x^{\max} = 3,20$. Ограничения в виде неравенств (6, 9) необходимы, чтобы не допустить увеличения максимальной относительной погрешности любого из замеров выше установленного значения

Таблица 2. Результаты оптимизационных расчетов для пяти выбранных экспериментов из серии (математическая модель В)

Номер эксперимента	Замеряемый параметр	Замеренные значения	Расчетные (оцениваемые) значения замераемых параметров							
			Задача 0 (все замеры)		Задача 0 (удалены «плохие» эксп-ты)		Задача I ($x^{\max} = 2,7$)		Задача I (без ограничений x^{\max})	
			Значение	Относ. погр-ть	Значение	Относ. погр-ть	Значение	Относ. погр-ть	Значение	Относ. погр-ть
1	$T_0, ^\circ\text{C}$	203,5	207,18	3,684						
	$P_1, \text{кПа}$	600	592,63	3,684						
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	162	171,95	3,684						
	$\Delta P, \text{кПа}$	98	94,32	3,684						
2	$T_0, ^\circ\text{C}$	240,8	237,74	3,057	238,15	2,653	238,10	2,697	240,80	0
	$P_1, \text{кПа}$	600	604,09	2,043	605,31	2,653	605,00	2,501	600,00	0
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	503	474,97	3,343	480,76	2,653	480,37	2,700	463,86	4,669
	$\Delta P, \text{кПа}$	351	351,77	0,774	353,65	2,653	351,01	0,004	351,00	0
3	$T_0, ^\circ\text{C}$	184,2	187,77	3,567	186,85	2,653	186,90	2,698	184,20	0
	$P_1, \text{кПа}$	600	593,57	3,215	594,69	2,653	594,60	2,699	600,00	0
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	430	355,70	3,586	449,02	2,653	449,35	2,700	470,99	5,719
	$\Delta P, \text{кПа}$	231	228,18	2,821	228,35	2,653	228,35	2,649	231,00	0
4	$T_0, ^\circ\text{C}$	199,9	203,35	3,453	202,55	2,653	202,60	2,698	199,90	0
	$P_1, \text{кПа}$	900	895,03	2,486	894,69	2,653	894,60	2,699	900,00	0
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	317	335,46	3,494	331,02	2,653	331,26	2,700	346,67	5,616
	$\Delta P, \text{кПа}$	284	281,93	2,071	281,35	2,653	281,30	2,698	284,00	0
5	$T_0, ^\circ\text{C}$	263,5	262,29	1,211	262,75	0,746	263,5	0	263,50	0
	$P_1, \text{кПа}$	1200	1200,12	0,058	1200,10	0,049	1200,00	0	1200,00	0
	$\rho w_m, \text{кг/м}^2\text{с}$	303	294,25	1,733	297,25	1,140	296,23	1,340	295,75	1,435
	$\Delta P, \text{кПа}$	571	571,07	0,073	571,05	0,048	571,00	0	571,00	0

Результаты решения задачи I для выбранных экспериментов приводятся в столбце «Задача I ($x^{\max} = 3,2$)». Из таблицы видно, что для тех экспериментов, которые выполнены наиболее точно, относительная погрешность замеров стремится к нулю (эксперимент №5). Однако для экспериментов, которые были выполнены менее точно (или в точках, где математическая модель процесса недостаточно корректно описывает реальные процессы, происходящие в установке) максимальная погрешность замеров может достигать установленной границы для нескольких или даже всех замеров в данном эксперименте (эксперименты №2–4).

В последнем столбце таблицы приводятся результаты решения задачи I, в постановке которой отсутствуют ограничения-неравенства на максимальное значение относительных погрешностей замеров (6, 9). Расчеты показывают, что в оптимальной точке относительные погрешности трех из четырех замераемых параметров в эксперименте стремятся к нулю, а оставшийся параметр «компенсирует» погрешности этих замеров. Максимальная относительная

погрешность в данном случае составила 7,493, что более чем в два раза превышает максимальную относительную погрешность, полученную в результате решения задачи 0.

В табл. 2 представлены результаты решения оптимизационных задач 0 и I, направленные на определение шести коэффициентов в математической модели В теплофизического процесса. В таблице отражены результаты тех же экспериментов, что были выбраны для демонстрации результатов модели А в табл. 1.

Решение задачи 0 для всех 430 экспериментов позволило получить значение максимальной относительной погрешности, равной $\bar{x} = 3,684$. Также было выявлено, что пять экспериментов содержат «плохие» замеры и их следует исключить из расчета для снижения значения целевой функции до приемлемого значения. Причем пять отброшенных экспериментов оказались теми же, что и для математической модели А, что дополнительно подтверждает их ошибочность. В результате повторного решения задачи 0 максимальная относительная погрешность была минимизирована до значения $\bar{x} = 2,653$. Далее была решена задача I с максимально-допустимой относительной погрешностью измерений, зафиксированной на значении $x^{\max} = 2,70$. Кроме того, была решена задача I без ограничений на максимальную относительную погрешность измерений.

Главной целью выполненных расчетов является определение настраиваемых коэффициентов математических моделей, представленных в данной работе. Математические модели с оптимальными значениями этих коэффициентов наиболее точно отражают теплофизические процессы, происходящие в экспериментальной установке в заданном диапазоне изменения измеряемых параметров и начальных условий. В табл. 3 приводятся значения трех настраиваемых коэффициентов математической модели А после решения задач 0 и I. В табл. 4 приводятся значения шести настраиваемых коэффициентов математической модели В после решения задач 0 и I.

Таблица 3. Значения коэффициентов математической модели А

Коэффициент	Задача 0 (все замеры)	Задача 0 (удалены «плохие» замеры)	Задача I ($x^{\max} = 3,2$)	Задача I (без ограничений x^{\max})
C_1	0,0836	0,0785	0,0800	0,0807
C_2	11,07	10,55	10,92	11,78
C_3	0,234	0,329	0,292	0,195

Таблица 4. Значения коэффициентов математической модели В

Коэффициент	Задача 0 (все замеры)	Задача 0 (удалены «плохие» замеры)	Задача I ($x^{\max} = 2,7$)	Задача I (без ограничений x^{\max})
C_1	0,0875	0,0929	0,0949	0,0895
C_2	10,15	9,82	9,53	9,50
C_3	0,335	0,314	0,302	0,281
C_4	0,810	0,509	0,720	0,700
C_5	0,100	0,500	1,000	1,000
C_6	1,000	0,100	0,573	0,456

Используя оптимальные значения настраиваемых коэффициентов математической модели (после решения задачи I), можно построить графики зависимостей падения давления от массовой скорости (для математической модели А) и зависимость массовой скорости от падения давления (для математической модели В) при различных значениях входного массового расходного паросодержания x . В качестве примера на рисунках 2, 3 приведены вышеописанные зависимости в виде полиномов для следующих начальных условий: $P_1 = 600$ кПа, $d = 2$ мм, $H = 50$ мм.

Также на рисунках 2, 3 отмечены замеренные значения 42 выполненных экспериментов (один из которых был отмечен как выброс или «плохой» замер) при данных начальных условиях и соответствующие им значения рассчитанных (оцениваемых) на математической модели параметров.

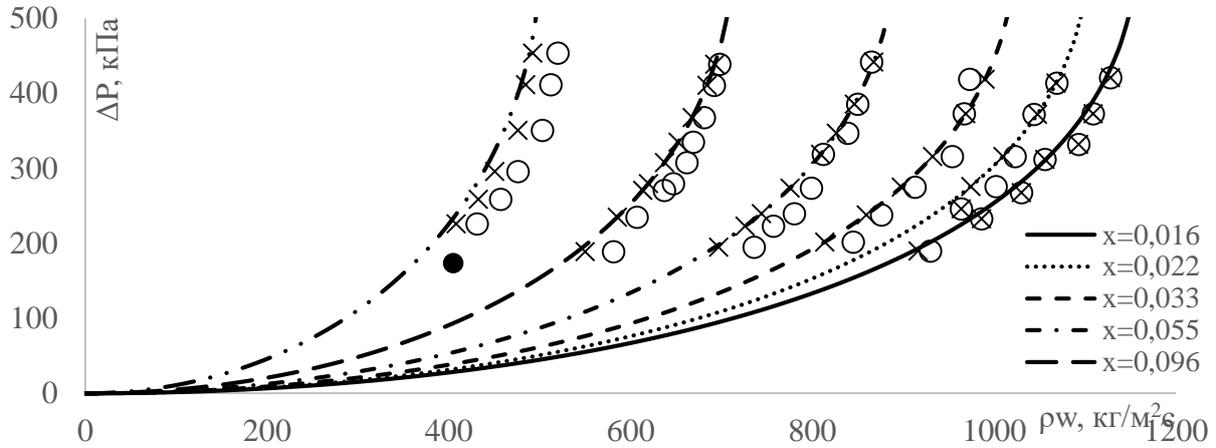


Рис. 2. Зависимости ΔP от ρw_m при различных значениях x для математической модели А при $P_1=600$ кПа, $H=50$ мм, $d=2$ мм

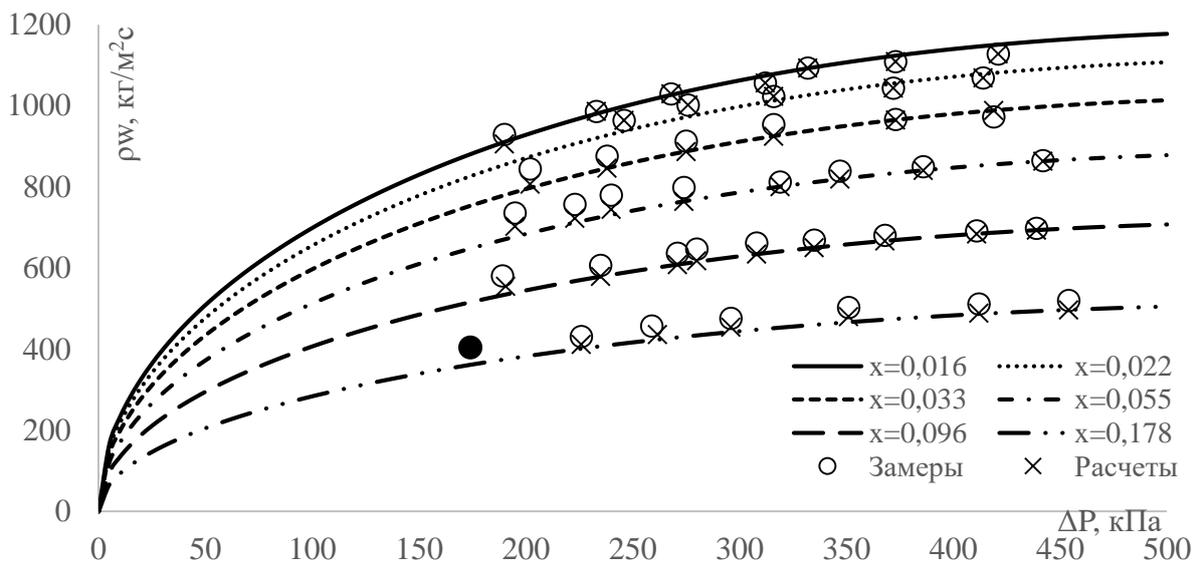


Рис. 3. Зависимости ρw_m от ΔP при различных значениях x для математической модели В при $P_1=600$ кПа, $H=50$ мм, $d=2$ мм

Как отмечалось выше, предлагаемая методика обработки результатов экспериментальных данных позволяет выполнить оценку точности проведенной настройки коэффициентов математической модели теплофизического эксперимента, основываясь на результатах решения оптимизационных задач 0 и I по критерию максимального правдоподобия (17). Более того, данный критерий может использоваться для сравнения различных математических моделей, описывающие один и тот же теплофизический эксперимент, между собой.

В табл. 5 приводится сравнительная оценка математических моделей А, В по суммарной относительной погрешности измерений и критерию максимального правдоподобия. Анализ полученных результатов показывает, что математическая модель В более точна, чем математическая модель А. Этот вывод следует из того, что значение критерия максимального правдоподобия после решения задачи I на 15% больше в случае модели В. Кроме того, средняя относительная погрешность измерений на 18% больше при расчетах математической модели А. Таким образом, результаты вычислений указывают на то, что математическая модель В

лучше подходит для описания проведенных опытов на представленной лабораторной установке. Модель А имеет более высокое значение средней, суммарной и максимальной относительной погрешности, а также меньшее значения критерия максимального правдоподобия.

Таблица 5. Сводная таблица критериев точности для математических моделей А, В

Критерий, обозначение	Математическая модель А				Математическая модель В			
	Задача 0 (все замеры)	Задача 0 (удалены «плохие» замеры)	Задача I ($x^{\max} = 3,2$)	Задача I (без ограничений x^{\max})	Задача 0 (все замеры)	Задача 0 (удалены «плохие» замеры)	Задача I ($x^{\max} = 2,7$)	Задача I (без ограничений x^{\max})
Количество экспериментов, участвующих в расчете, N_e	430	425	425	425	430	425	425	425
Количество замеров, участвующих в расчете	1720	1700	1700	1700	1720	1700	1700	1700
Максимальная относительная погрешность за замеров, \bar{x}	3,679	3,141	3,200	7,572	3,684	2,653	2,700	6,910
Сумма модулей относительных погрешностей для всех экспериментов	1261	1244	945	874	1281	1276	777	702
Средняя относительная погрешность, приходящаяся на 1 замер	0,733	0,723	0,556	0,514	0,745	0,751	0,457	0,413
Функция правдоподобия для всех экспериментов, F^{PR}	3,926	4,032	4,711	4,822	3,793	3,894	5,517	5,621
Среднее значение функции правдоподобия, приходящееся на 1 эксперимент	0,00913	0,00938	0,01108	0,01135	0,00882	0,00916	0,01298	0,01323

Необходимо отметить, что полученные результаты (табл. 5) позволяют объективно оценить преимущество двухэтапного подхода при обработке результатов экспериментальных данных, когда сперва решается задача 0, при которой минимизируется максимальная относительная погрешность и устраняются «плохие» замеры параметров (при их наличии), а затем решается задача I, позволяющая достичь значительного увеличения критерия максимального правдоподобия и снижения средней погрешности измерений. Так, применительно к математической модели А критерий максимального правдоподобия увеличился на 18%, а средняя погрешность измерений снизилась на 24% после решения задачи I. Вычислительные экспери-

менты, выполненные на математической модели В, демонстрируют большее увеличение точности идентификации параметров модели: критерий максимального правдоподобия увеличился на 32%, а средняя погрешность измерений снизилась на 45% после решения задачи I.

Можно заметить, что лучшие результаты, как по критерию максимального правдоподобия, так и по средней погрешности измерений, дает решение задачи I без ограничения по максимальной относительной погрешности x^{\max} . С другой стороны, при такой постановке оптимизационной задачи максимальная относительная погрешность может выходить за разумные пределы и быть в разы больше, чем ее значение после решения задачи 0 и значительно превышать погрешность «три сигма».

Заключение. Разработан оригинальный подход к обработке результатов теплофизических экспериментов, основанных на решении задач нелинейного математического программирования двух видов. Вначале решается задача на минимизацию максимальной относительной погрешности среди всех замеров в серии экспериментов, что позволяет выявлять «плохие» замеры и получить значение максимальной относительной погрешности, близкой к «трем сигма». Вторая задача направлена на минимизацию суммы модулей относительных погрешностей измерений, приводящую к значительному возрастанию критерия максимального правдоподобия.

Представлены схема экспериментальной установки и описание двух математических моделей, отражающих протекающие в ней теплофизические процессы. Приведены результаты решения оптимизационных задач, направленных на определение оптимальных значений настраиваемых коэффициентов математических моделей с вычислением средней погрешности и критерия максимального правдоподобия.

Представленный в данной работе подход к обработке экспериментальных данных показал хорошую эффективность и высокую точность настройки коэффициентов математических моделей рассмотренного теплофизического процесса. Результаты решения задач указали на то, что математическая модель В лучше подходит для описания результатов выполненных экспериментов. Стоит отметить, что представленный в данной работе подход является достаточно универсальным и может использоваться для идентификации параметров различных математических моделей по результатам выполненных измерений на экспериментальной установке в разных режимах ее работы.

Благодарности. Работа выполнена в рамках проекта государственного задания (№ FWEU-2021-0005) программы фундаментальных исследований РФ на 2021-2030 гг. с использованием ресурсов ЦКП "Высокотемпературный контур" (Минобрнауки России, проект № 13.ЦКП.21.0038).

Список источников

1. Идье В. Статистические методы в экспериментальной физике / В. Идье, Д. Драйард, Ф. Джеймс, М. Рус, Б. Садуле. Пер. с англ. под ред. А.А. Тяпкина. – М.: Атомиздат, 1976. – 335с.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. — 10-е изд., стереотипное. – М.: Academia, 2005. – С. 576.
3. Клер А.М. Оптимизация режимов работы ТЭЦ с учетом реального состояния основного оборудования / А.М. Клер, А.С. Максимов, Е.Л. Степанова [и др.] // Теплоэнергетика. – 2009. – № 6. – С. 50-54.
4. Tairov E., Khan P. Modeling the mass velocity and pressure drop of forced vapor-liquid flow through a granular bed. *Int. J. Multiph. Flow*, 2020, vol. 133, 103466, DOI:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103466.
5. Vitalii Alekseiuk Improving the efficiency of the three-stage technique of mathematical model identification of complex thermal power equipment. *ENERGY-21 – Sustainable development & Smart management, E3S Web Conf.*, 2020, vol. 209, 03002, DOI:10.1051/e3sconf/202020903002.
6. Liu L., Deng J., Zhang D., Wang C., Qiu S., Su. G.H. Experimental analysis of flow and convective heat transfer in the water-cooled packed pebble bed nuclear reactor core. *Prog. Nucl. Energy*, 2020, vol. 122, 103298, DOI:10.1016/j.pnucene.2020.103298.

7. Шигаров А.Б. Моделирование мембранного реактора парового риформинга метана: от зернистого к структурированному катализатору / А.Б. Шигаров, В.А. Кириллов // Теоретические основы химической технологии, 2012. – Т. 46. – № 2. – С. 97-107.
8. Сморгачева Ю.В. Численное моделирование гидродинамики и теплообмена в шаровых засыпках / Ю.В. Сморгачева, А.В. Дедов // Современная наука. Исследования, идеи, результаты, технологии. НПВК “Триакон”, 2013. – Т. 1. – № 12. – С. 62-67.
9. Таиров Э.А. Критическое истечение парожидкостного потока через слой шаровых частиц / Э.А. Таиров, Б.Г. Покусаев, С.М. Быкова // Теплофизика Высоких Температур, 2016. – Т. 54. – № 2. – С. 277-286. DOI:10.7868/S0040364416020228.
10. Avdeev A.A., Soziev R.I. Hydrodynamic drag of a flow of steam-water mixture in a pebble bed. High Temp., 2008, vol. 46, pp. 223-228, DOI:10.1134/s10740-008-2011-0.
11. Зейгарник Ю.А. Экспериментальное исследование гидравлического сопротивления пористых структур при адиабатическом движении пароводяных смесей / Ю.А. Зейгарник, И.В. Калмыков // Теплофизика высоких температур, 1985. – Т. 23. – № 5. – С. 934-940.
12. Сорокин В.В. Расчет двухфазного адиабатического течения в шаровой засыпке / В.В. Сорокин // Теплофизика высоких температур, 2007. – Т. 45. – № 2. – С. 261-266.
13. Tung V.X., Dhir V.K. A hydrodynamic model for two-phase flow through porous media. Int. J. Multiph. Flow, 1988, vol. 14, no. 1, pp. 47-65, DOI:10.1016/0301-9322(88)90033-X.
14. Lipinski R. A model for cooling and dryout in particle beds. Technical Report SAND 82-0765, NUREG, CR-2646, 1982, DOI:10.2172/5114771.
15. Clavier R., Chikhi N., Fichot F., Quintard M. Modeling of inertial multi-phase flows through high permeability porous media: Friction closure laws. Int. J. Multiph. Flow, 2017, vol. 91, pp. 243-261, DOI:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2017.02.003.
16. Park J.H., Park H.S., Lee M., Moriyama K. Modeling of pressure drop in two-phase flow of mono-sized spherical particle beds. Int. J. Heat Mass Transf., 2018, vol. 127, pp. 986-995, DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.06.040.
17. Гольдштик М.А. Процессы переноса в зернистом слое / М. А. Гольдштик // Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 2005. – 358 с.
18. Хан П.В. Технология многофакторного регрессионного анализа данных физического и математического моделирования на основе программы GNUPLOT / П.В. Хан, Э.А. Таиров // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2017. – Т. 4. – № 8. – С. 109-119.
19. Клер А.М. Эффективные методы схемно-параметрической оптимизации сложных теплоэнергетических установок: разработка и применение / Под. ред. А.М. Клера // Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, Ин-т систем энергетики им. Л.А. Мелентьева – Новосибирск: Академическое изд-во «Гео», 2018. –145 с.
20. Kler A.M., Zharkov P.V., Epishkin N.O. Parametric optimization of supercritical power plants using gradient methods. Energy, 2019, 116230, DOI:10.1016/j.energy.2019.116230.

Клер Александр Матвеевич. Доктор технических наук, профессор, заведующий отделом теплосиловых систем, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, AuthorID: 20219, SPIN: 8502-2561, ORCID: 0000-0002-0460-9062, kler@isem.irk.ru, Россия, Иркутск, Лермонтова 130.

Алексеюк Виталий Эдуардович. Кандидат технических наук, младший научный сотрудник лаборатории исследования энергетических установок, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, доцент кафедры теплоэнергетики, Иркутский национальный исследовательский технический университет, AuthorID: 1149694, SPIN: 6956-2240, ORCID: 0000-0002-4226-0519, alexeyuk.vita-liy@yandex.ru, Россия, Иркутск, Лермонтова 83.

Левин Анатолий Алексеевич. Кандидат технических наук, заведующий лабораторией динамики парогенерирующих систем, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, AuthorID: 163204, SPIN: 3144-7341, ORCID: 0000-0002-3268-5302, levin@isem.irk.ru, Россия, Иркутск, Лермонтова 130.

Хан Полина Вениаминовна. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории динамики парогенерирующих систем, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, AuthorID: 602360, SPIN: 9952-0398, ORCID: 0000-0001-6912-8481, polinakhan@isem.irk.ru, Россия, Иркутск, Лермонтова 130.

A method for processing the results of thermophysical experiments based on solving two types of problems of nonlinear mathematical programming

Aleksandr M. Kler¹, Vitalii E. Alekseiuk^{1,2}, Anatolii A. Levin¹, Polina V. Khan¹

¹Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Russia, Irkutsk, alexeyuk.vitaliy@yandex.ru

²Irkutsk National Research Technical University, Russia, Irkutsk

Abstract. The purpose of this study is to develop an effective method for processing the results of thermophysical experiments based on solving two types of nonlinear mathematical programming problems. The article provides a description of the proposed method for identifying the coefficients of the mathematical model of a thermophysical experiment based on the results of measured experimental data. We also consider two mathematical models that interpret the results of the performed field experiments. The technique presented in the article is based on the maximum likelihood method and takes into account the relative errors of all sensors used to obtain the values of the measured parameters. Moreover, the technique involves a two-stage approach in solving the problem of identifying the parameters of a mathematical model. At the first stage, the maximum relative error among the measured parameters is minimized, which makes it possible to identify and eliminate "bad" measurements. Further, at the second stage, the sum of the modules of relative errors of all measured parameters is minimized. Computational experiments have shown that this approach is more efficient than the classical least squares method, which is sensitive to the presence of "bad" measurements and, under certain conditions, can become a ravine function. The last section of the article presents the results of computational experiments testing the proposed method. Calculations have shown that this approach is very effective and allows you to adjust the coefficients of mathematical models with high accuracy.

Keywords: thermophysical experiment, identification of parameters, nonlinear mathematical programming, relative error, measured parameters, maximum likelihood criterion, method of least modules, mathematical model

Acknowledgements: The research was carried out under State Assignment Project (no. FWEU-2021-0005) of the Fundamental Research Program of Russian Federation 2021-2030 using the resources of the High-Temperature Circuit Multi-Access Research Center (Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, project no 13.CKP.21.0038).

References

1. Eadie W.T., Dryard D., James F.E., Roos M., Sadoulet B. Statistical methods in experimental physics [Statisticheskiye metody v eksperimental'noy fizike]. M.: Atomizdat [Atomizdat], 1971, 335p.
2. Venttsel' Ye. S. Teoriya veroyatnostey [Probability theory]. Moscow: Academia [Academia], 2005, 576 p.
3. Kler A.M. Optimizatsiya rezhimov raboty TETS s uchetom real'nogo sostoyaniya osnovnogo oborudo-vaniya [Optimizing the operating modes of cogeneration stations taking actual state of main equipment into account]. Teploenergetika [Thermal Power Engineering], 2009, vol. 56, pp. 500-505, DOI:10.1134/S0040601509060081.
4. Tairov E., Khan P. Modeling the mass velocity and pressure drop of forced vapor-liquid flow through a granular bed. Int. J. Multiph. Flow, 2020, vol. 133, 103466, DOI:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103466.
5. Vitalii Alekseiuk Improving the efficiency of the three-stage technique of mathematical model identification of complex thermal power equipment. ENERGY-21 – Sustainable development & Smart management, E3S Web Conf., 2020, vol. 209, 03002, DOI:10.1051/e3sconf/202020903002.
6. Liu L., Deng J., Zhang D., Wang C., Qiu S., Su. G.H. Experimental analysis of flow and convective heat transfer in the water-cooled packed pebble bed nuclear reactor core. Prog. Nucl. Energy, 2020, vol. 122, 103298, DOI:10.1016/j.pnucene.2020.103298.
7. Shigarov A.B., Kirillov V.A. Modelirovanie membrannogo reaktora parovogo riforminga metana: ot zernistogo k strukturirovannomu katalizatoru [Modeling of membrane reactor for steam methane reforming: from granular to structured catalysts]. Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii [Theoretical Foundations of Chemical Engineering], 2012, vol. 46. no. 2, pp. 97-107.
8. Smorchkova I.U., Dedov A.V. Chislennoe modelirovanie gidrodinamiki i teploobmena v sharovykh zasypkakh [Numerical simulation of hydrodynamics and heat transfer in spherical fillings]. Sovremennaya nauka. Issledovaniya, idei, rezul'taty, tekhnologii. NPVK "Triakon" [Modern science. Research, ideas, results, technologies. NPVK "Triakon"], 2013, vol. 1, no. 12, pp. 62-67.

9. Tairov E.A., Pokusaev B.G., Bykova S.M. Kriticheskoe istechenie parozhidkostnogo potoka cherez sloi sharovykh chastits. [Critical outflow of a vapor-liquid flow through a layer of spherical particles]. *Teplofizika vysokikh temperatur* [Thermophysics of High Temperatures], 2016, vol. 54, no. 2, pp. 277-286, DOI:10.7868/S0040364416020228
10. Avdeev A.A., Soziev R.I. Hydrodynamic drag of a flow of steam-water mixture in a pebble bed. *High Temp.*, 2008, vol. 46, pp. 223-228, DOI:10.1134/s10740-008-2011-0.
11. Zeigarnik I.U.A., Kalmykov I.V. Eksperimental'noe issledovanie gidravlicheskogo soprotivleniya poristykh struktur pri adiabaticheskom dvizhenii parovodyanykh smesey [Experimental study of the hydraulic resistance of porous structures during adiabatic motion of steam-water mixtures]. *Teplofizika vysokikh temperatur* [Thermophysics of High Temperatures], 1985, vol. 23, no. 5, pp. 743-749.
12. Sorokin V.V. Raschet dvukhfaznogo adiabaticheskogo techeniya v sharovoy zasypke [Calculation of two-phase adiabatic flow in a pebble bed]. *Teplofizika vysokikh temperatur* [Thermophysics of High Temperatures], 2007, vol. 45, no. 2, pp. 227-232.
13. Tung V.X., Dhir V.K. A hydrodynamic model for two-phase flow through porous media. *Int. J. Multiph. Flow*, 1988, vol. 14, no. 1, pp. 47-65, DOI:10.1016/0301-9322(88)90033-X.
14. Lipinski R. A model for cooling and dryout in particle beds. Technical Report SAND 82-0765, NUREG, CR-2646, 1982, DOI:10.2172/5114771.
15. Clavier R., Chikhi N., Fichot F., Quintard M. Modeling of inertial multi-phase flows through high permeability porous media: Friction closure laws. *Int. J. Multiph. Flow*, 2017, vol. 91, pp. 243-261, DOI:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2017.02.003.
16. Park J.H., Park H.S., Lee M., Moriyama K. Modeling of pressure drop in two-phase flow of mono-sized spherical particle beds. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2018, vol. 127, pp. 986-995, DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.06.040.
17. Goldshtik M.A. Protsessy perenosa v zernistom sloe [Transport Processes in Granular Layer]. Novosibirsk: Institut teplofiziki SO RAN [Institute of Thermal Physics SB RAS], 2005, 358 p.
18. Khan P.V., Tairov E.A. Tekhnologiya mnogofaktornogo regressionnogo analiza dannykh fizicheskogo i matematicheskogo modelirovaniia na osnove programmy GNUPLLOT. [Technology of multivariate regression analysis of physical and mathematical modeling data based on the GNUPLLOT program]. *Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii* [Information and mathematical technologies in science and management], 2017, vol. 4, no. 8, pp. 109-119.
19. Kler A.M. Effektivnye metody skhemno-parametricheskoi optimizatsii slozhnykh teploenergeticheskikh ustanovok: razrabotka i primeneniye. [Effective methods of circuit-parametric optimization of complex thermal power plants: development and application]. Novosibirsk: Akademicheskoe izdatel'stvo «Geo» [Academic publishing house "Geo"], 2018, 145 p.
20. Kler A.M., Zharkov P.V., Epishkin N.O. Parametric optimization of supercritical power plants using gradient methods. *Energy*, 2019, 116230, DOI:10.1016/j.energy.2019.116230.

Kler Aleksandr Matveevich. Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Thermal Power Systems, Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, AuthorID: 20219, SPIN: 8502-2561, ORCID: 0000-0002-0460-9062, kler@isem.irk.ru, Russia, Irkutsk, st. Lermontov 130.

Alekseiuk Vitalii Eduardovich. Candidate of Technical Sciences, Junior Researcher, Laboratory for Research of Power Installations, Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Associate Professor of the Department of Thermal Power Engineering, Irkutsk National Research Technical University, AuthorID: 1149694, SPIN: 6956-2240, ORCID: 0000-0002-4226-0519, alexeyuk.vitaliy@yandex.ru, Russia, Irkutsk, st. Lermontov 83.

Levin Anatolii Alekseevich. Candidate of Technical Sciences, Head of the Laboratory of Dynamics of Steam-Generating Systems, Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, SPIN: 3144-7341, ORCID: 0000-0002-3268-5302, levin@isem.irk.ru, 163204, Russia, Irkutsk, st. Lermontov 130.

Khan Polina Veniaminovna. Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Dynamics of Steam-Generating Systems, Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, AuthorID: 602360, SPIN: 9952-0398, ORCID: 0000-0001-6912-8481, polinakhan@isem.irk.ru, Russia, Irkutsk, st. Lermontov 130.

Статья поступила в редакцию 01.06.2022; одобрена после рецензирования 30.09.2022; принята к публикации 01.11.2022.

The article was submitted 06/01/2022; approved after reviewing 09/30/2022; accepted for publication 11/01/2022.