

Цифровая экономика и управление

УДК 51–7:303.09

DOI:10.25729/ESI.2025.39.3.011

Представительские функции в системах организационного управления: математическое метамоделирование**Черкашин Александр Константинович**

Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН,

Россия, Иркутск, *akcherk@irnok.net*

Аннотация. Цель исследования – создание метамоделей организации систем разной познавательной сложности и математическое описание представительских функций, обеспечивающих парные взаимодействия подсистем. Для решения задачи привлекаются базовые идеи всеобщей организационной науки А.А.Богданова, где организацией называется упорядоченная совокупность внутренних связей и свойств системы с определенным режимом ее функционирования. Также используются математические основы теории систем, а именно теория множеств, теория категорий и дифференциальная геометрия расслоения признаков пространств на многообразии связей переменных. На разных абстрактных уровнях создаются нормативные метамоделі полисистемы координационного управления без локальных обратных связей в виде коммутативных диаграмм взаимодействия частных моносистем с учетом внешних или внутренних факторов влияния и возможного изменения целей развития. Для метамоделирования разной прикладной направленности применяется имеющееся программное обеспечение, поддерживающее любые нотации моделирования, или используются традиционные способы научных исследований, когда на основе одной метамоделі создается множество моделей разных объектов. Метамоделі формируется как композиция классов, атрибутов и связей классов и формализуется в виде обобщенной организационной функции – многообразия как базы расслоения для выделения полисистемы классов, например, в виде разделения властей, трудовой деятельности, полномочий руководителей и исполнителей. Интерфейс связи между двумя классами выражает отношения, где функциональные изменения в одном классе прямо или через представителей воздействуют на другой класс. Нотации метамоделирования в терминах теории категорий и математического анализа позволяют снизить абстрактность выражений общей теории систем и структурных диаграмм, выводить расчетные формулы. Через процедуру расслоения обосновано разложение организационной функции на три акта входа, выхода и преобразования состояния моносистемы в форме универсальной билинейной функции относительных переменных, что описывает изменение моносистем и выполнение представительских действий. По ограничениям этой функции аксиоматически задается концентрическая структура каждого слоя «центр-ядро-периферия» и моделируется механизм полисистемной связности слоев. Представленные формальные закономерности и их графические схемы математически отображают структуру и функцию метамоделей организационных систем в концептуальном и аналитическом выражении и позволяют их применять при анализе данных и знаний, символически отображать ранее эмпирически установленные правила самоорганизации в природе и обществе. Развитием билинейного описания организационной функции по частям через касательное расслоение является ее квадратичное представление в виде поля попарного конкурирующего взаимодействия объектов.

Ключевые слова: организационная деятельность, процедура расслоения, нормативная полисистема, представительские функции, категорная нотация метамоделирования, коммутативные диаграммы, организационные поля, универсальная функция, математическая метамоделі

Цитирование: Черкашин А.К. Представительские функции в системах организационного управления: математическое метамоделирование / А.К. Черкашин // Информационные и математические технологии в науке и управлении: математическое метамоделирование, 2025. – № 3 (39). – С. 124-139. – DOI:10.25729/ESI.2025.39.3.011.

Введение. В своих работах по тектологии А.А. Богданов [1] сто лет назад утверждал, что все развивающиеся объекты природы и общества универсальным образом представляют собой целостные образования – системы, состоящие из многих связанных между собой элементов. Структура связи разнонаправленных элементов – результат борьбы, взаимодействия этих противоположностей на фоне изменяющейся внешней среды – выражена в организации, организованности систем, стремящихся к подвижному равновесию, а вследствие неизбежных

структурных перестроек переходящих из одного равновесного и устойчивого состояния в другое [2]. Более стройное или гармоничное сочетание элементов системы, по мнению А.А. Богданова, включает меньше противоречий и означает более высокую организованность, поэтому не может и не должно быть иной точки зрения на жизнь и мир, кроме организационной, в чем выражается идея всеобщей организации. Ее законы управляют устройством и поведением любых сложных систем. Он считал: «Мой исходный пункт заключается в том, что структурные отношения могут быть обобщены до такой же степени формальной чистоты схем, как в математике отношения величин, и на такой основе организационные задачи могут решаться способами, аналогичными математическим...» [1, ч.1, с. 100].

Забытые идеи А.А. Богданова в дальнейшем были воспроизведены и развиты в работах по общей теории систем и теории самоорганизации и управления, а в наше время успешно актуализируются [3]. Его главная мысль заключается в необходимости объединения естественных и общественных наук, рассмотрении их объектов исследования как систем взаимоотношений с целью поиска общих организационных принципов в их частных проявлениях. Принято считать, что тектология представляет собой «предельное расширение любой теории систем» [4].

Существование общих принципов предполагает возможность единого содержательного и математического языка описания. Универсальный, сквозной характер принципов организации позволяет рассматривать соответствующие модели с позиций метамоделирования – создания метамodelей для глубокого формального отображения предметных областей, в частности, базирующегося на новых принципах организации данных и знаний в компьютерных приложениях [5]. Этот подход одновременно имеет серьезное опытное, философское и математическое обоснование. Проблема лучше понимается не в частном, а в общем виде, используя адекватный язык формального описания модели. Такой язык и метамодель в ИТ-индустрии часто называют онтологией – совокупностью взаимосвязанных классов цифровой спецификации, способа описания организации объектов реальности через связи понятий. В знаковой форме шаблон метамодели выглядит как диаграмма классов [6]. На основе одной метамодели можно построить множество моделей для разных объектов.

Метамоделирование работает по эталонному образцу, типовой модели, шаблону, с помощью которого создается конкретная модель реальности данного рода. Требуется либо выбрать подходящий «шаблон» из существующих или придумать его заново. При этом необходимо преодолеть поставленное на вид противоречие между абстрактностью универсальных форм и конкретностью моделей, позволяющих получить нужный результат. Постановку проблемы в концептуально выраженной форме необходимо превратить в специальную задачу, имеющую математическое решение, найти способ конструирования цифровых двойников объектов. Постоянно ставится вопрос о возможности интерпретации общей метамодели в модель специального назначения, а также выбора типа метамодели, позволяющей просто решать практически значимые проблемы. Это задача уже уровня метаметамоделирования, оперирующего со множеством-«зоопарком» метамodelей, в которых принцип организованности проявляется сквозным образом: модель каждого типа систем имеет различную организацию разных элементов, в целом соответствующую этому принципу. В данном случае, организованность понимается как совокупность форм организации разного типа (орг)систем, существующих во всех объектах по единому принципу.

Метамодель создаётся как композиция компонентов трех типов: классы, мета-атрибуты классов, мета-связи классов. За счет подбора нужных компонентов обеспечивается решение любых модельных задач. При метамоделировании обычно выбирают готовые структуры

классов в нотациях широкого спектра применения для построения диаграмм метамodelей в виде графов сетевого типа, алгоритмов и программ. Нотации моделирования – это специальные языки или символы, которые позволяют описывать и визуализировать процессы, переходить к графической репрезентации метамodelи. В проектах метамodelирования реализованы многочисленные нотации: UML, EPC, VAD, Archimate, ERD, DFD и др. В диаграммах процессов предусматривается чередование объектов (классов явлений, событий) и функций их связей. В диаграмме соподчинения объектов используются четыре типа стрелок: входы, выходы, управляющего воздействия и механизмов процессов. Разработка метамodelей – неотъемлемый этап подготовки проектируемых процессов к цифровизации [7]. Для создания моделей разной прикладной направленности можно применять имеющееся программное обеспечение, поддерживающее разные нотации моделирования, а можно пользоваться традиционными способами научных и прикладных исследований – средствами интеллектуального анализа связи явлений.

В теме организации систем основная задача состоит в выявлении характера связей их элементов, носителей этих связей, концептуального и математического выражения связанности частей целого в экземплярах метамodelей. В нашем случае эти задачи обсуждаются и решаются на примере организации общественных структур, связи подразделений которых реализуются через представительские функции исполнителей [8]. В этой статье показано, как эти связи отображаются в понятиях математической теории систем и уравнениях дифференциальной геометрии.

1. Основные понятия и метамodelи. Среди разнообразных организационных форм наиболее наглядной, вызывающей постоянный интерес является организация общественной жизни. Ей в основном посвящена разработка и использование многочисленных нотаций – наборов знаков и правил, которые применяются для графического описания и метамodelирования процессов.

В современной научной литературе есть множество определений организации общества, из которых формируется концепция организации как рациональной системы деятельности, направленной на достижение конкретной цели. Выделяются три основных значения термина “организация” [9]. Во-первых, организация – это деятельность по налаживанию устойчивых связей для обеспечения согласованных действий (функций, операций) частей социального или производственного процесса, чтобы достигались непрерывность и быстрота выполнения операций (организовывание). Во-вторых, организация понимается как особое качество объекта, его свойство иметь упорядоченную структуру связанных определенным образом частей (организованность). В-третьих, под организацией понимается искусственно созданная институциональная группа, самостоятельно выполняющая назначенную общественную функцию. Объектом исследования обычно является организация в третьем смысле, предметом – организованность, метод – первый тип понимания, ориентированный на изучение организационных процессов с построением и практической реализацией моделей связей разных частей: индивидуальных элементов, групп местного населения, производственных подсистем, состава коллективов, блоков управления, подразделений компаний, воинских формирований, органов власти и т.д.

Терминологический аппарат теории организации систем представлен базовыми понятиями: структура (закон упорядоченности), элементы и их связи, формирующиеся в парном соотношении и в процессе взаимодействия элементов. Структура элементов рассматривается как собственно система, а структура связей элементов системы считается организацией (оргсистемой). Структура (взаимо)действий элементов называется функционированием, передающим через связи влияние функции одной части системы на другие. Общественная организация третьего роля является социальной системой ее

структурно упорядоченных частей, второго – явлением качества организации, первого – цель и результат функционирования структурных подразделений. Все три аспекта понятия “организация” обозначают одно и то же системное целое, с разных сторон объясняют свойства объектов действительности, проявляют сквозное действие общенаучных принципов системности, связности, организованности, функциональности, целостности и др. При организационном подходе основное внимание уделяется составу и структуре связей объектов-систем, разработке способов решения научных и практических задач с такой точки зрения. Для этого создаются соответствующие модели и методы оперирования данными и знаниями.

Разрабатываются графические диаграммы классов на языке метамоделирования, например, в нотации UML. Диаграммы демонстрируют организацию классов системы, их коопераций, атрибутов (полей), методов, интерфейсов и взаимосвязей (отношений) между ними [10]. Класс – отдельная категория вещей, которые имеют похожие атрибуты и операции. Класс – основной компонент объектно-ориентированного моделирования, абстракция реального оргобъекта в общей системе классов. Он определяет, каким может быть объект, его свойства (атрибуты) и поведение (операции, методы) объектов, что являются экземплярами данного класса. На диаграмме классы представлены в прямоугольных рамках, содержащих три компонента: имя класса $F(x)$, атрибуты x и y (поля) класса, методы класса $f(y)$. Связи между двумя классами или объектами выражают отображения $f: F(x_0) \rightarrow F(x)$, где функциональные изменения $f(y)$ в одном классе $F(x_0)$ воздействуют на другой класс $F(x) = F(x_0) + f(y)$, $y = x - x_0$ (рис.1а). На диаграмме влияния обозначаются стрелками, которая указывает на зависимый класс $F(x)$. Воздействия прослеживаются в передаче информации или иных ресурсов, изменяющих состояние зависимого класса. Для описания функциональности без указания реализации используется интерфейс – своеобразный шаблон (рис.1б), в котором стрелками определяются возможные функции и направления воздействия на окружение. Когда класс реализует интерфейс, он определяет свою представительскую функциональность, выраженную в конкретных изменениях и влияниях класса.

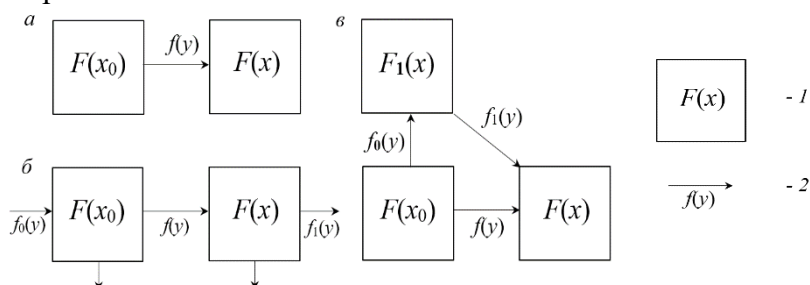


Рис.1. Коммутативные диаграммы организационных систем разной сложности: а) интерфейс парной зависимости; б) элементарное звено связности; в) треугольная коммутативная диаграмма. Условные обозначения: 1 – автономные блоки системы с указанием организационной функции $F(x)$ многих переменных $x = \{x_i\}$; 2 – стрелки воздействия на смежные блоки с указанием их локальной функции-вектора связи $f(y)$

При математическом описании и анализе диаграмм используются средства теории графов, теории множеств и теории категорий. Теория категорий – раздел математики, изучающий общие свойства отношений между формальными объектами без учета их внутренней структуры. Категория – это совокупность объектов и связывающих их попарно морфизмов-отображений (стрелок) (см. рис.1). Объект $F(x_0)$ и две входящих $f_0(y)$ и исходящих $f(y)$ из него стрелки формируют элементарное звено диаграммы (см. рис.1б). Базовыми ячейками категории являются коммутативные диаграммы (рис.1в) в виде ориентированных графов, в вершинах которых находятся объекты, а стрелками обозначаются их морфизмы, причём результат композиции стрелок не зависит от последовательности отображения $f = f_0 \circ f_1$.

Структура объектов категории позволяет рассматривать ее как метамодель системы, а структура морфизмов – организации.

Объекты категории обычно считаются непересекающимися множествами, связанными только отображениями. В этом заключена специфика диаграмм, созданных в нотации теории категорий: самостоятельность объектов и их однонаправленная коммутативная связность. Такие диаграммы названы нормативными, что представляют идеальную метамодель организации. В организации общества объекты, например, органы власти считаются независимыми, самостоятельными образованиями, связь которых выражается через отображения, например, передачу новых законодательных актов для исполнения в другие самостоятельно действующие инстанции. В этом смысл разделения властей – такой организации независимых друг от друга органов государственной власти, выраженной в специализации сотрудников органов на выполнении установленных для них функций и невмешательстве одной ветви власти в дела и решения другой.

А.И. Пригожин [11] полагает, что развитие организации происходит в сторону большей автономии сотрудников по пяти качественным ступеням совершенствования организационной деятельности: по заданиям, по процессам, по правилам, по целям и по ценностям, что опираются на культуру организации и влияют на выбор цели. Управляя ценностями, руководители задают векторы развития, формируют критерии того, что в организации должно считаться правильным. Эти уровни соотносятся с пятью эволюционными типами организаций, выделенных Ф. Лалу [12], который считает, что теперь наиболее современной формой становится целостная самоуправляемая организация, подобная живому организму. Соответственно холакратия Б. Робертсона [13] – это система управления организацией без вертикальной иерархии власти, когда полномочия и ответственность распределяются внутри самоорганизующейся команды.

В логическом плане стрелка коммутативной диаграммы категории имеет смысл операции отрицания (см. рис.1в), перехода $F_0(x) \rightarrow F_1(x)$ от одного самостоятельного объекта $F_0(x)$ в другой $F_1(x)$ с противоположными свойствами, а схождение стрелок на одном объекте $F(x)$ – синтез противоположностей [14]. Это позволяет исследовать организацию в развитии, дает возможность делать выводы. Коммутативная диаграмма – наглядный способ записи тождества и опосредования противоположностей. Объект $F_1(x)$ коммутативной диаграммы попутно выполняет координирующую функцию.

Объекты формальных категорий соответствуют классам, а морфизмы – связям классов, переносящим результаты функциональных изменений из класса в класс так, что независимо от пути исполнения получается одинаковый результат, производство которого автоматически контролируется на каждом этапе функционирования. Множество исходящих стрелок-морфизмов класса на диаграмме соответствует интерфейсу и обозначает набор операций, что детализируют функциональную ответственность (специализацию) класса.

С использованием понятий теории категорий предложена сетевая модель периодической системы общественных и государственных институтов регулирования ситуации в стране, где деятельность подразделяется на самостоятельные блоки (объекты, акторы, институты), каждый из которых независимо реализует специальную функцию (институциональный дискурс, функционал) управления и взаимодействует с другими блоками по принципам отображения результатов деятельности, добавляя собственные решения к полученным извне сигналам для обязательного исполнения [15]. Отношения формально и неформально организованных блоков задаются абстрактными стрелками-векторами воздействия, в результате чего модель пространства управления может рассматриваться в качестве организационного поля действия без локальных обратных связей с сетевой структурой, что описывается в виде коммутативных диаграмм. Стрелкам-векторам поля управления

соответствуют представители-посредники-агенты, которые реально увязывают блоки-подсистемы в единую координационную систему. Аналогичные модели полей взаимодействия через материальных посредников представлены в различных науках [8].

В обществе существуют разные формы и уровни исполнения представительских функций согласно установленным полномочиям – правам юридического или физического лица на совершение порученных операций. Любой руководитель организации в силу занимаемого положения и обозначенных полномочий выполняет различные представительские функции, которые перепоручает исполнителям – заместителям, помощникам, другим членам коллектива, поверенным или доверенным лицам вплоть до полного отчуждения прав и полномочий в пользу независимых представителей. По глубине делегирования выделяется несколько уровней доверительных отношений: руководитель – исполнитель – представитель. Представители, как правило, являются не самостоятельным институтом хозяйственной или политической системы, а той ее частью, которая увязывает эту систему в единое целое [8].

Для проведения расчетов и решения задач оптимального управления организациями необходимы модели, позволяющие переходить от концептуальных схем к математическим формулам. В разных книгах на эту тему результаты представлены на различных уровнях абстракции системных знаний и, соответственно, имеют отличающуюся степень полезности для конкретных исследований.

2. Элементы математической теории систем. Считается, что «система» является моделью общего характера, т. е. концептуальным аналогом некоторых универсальных свойств наблюдаемых объектов. Самый высокий математический уровень абстракции представлен в общей теории систем, например, в изложении М.Месаровича и Я.Такахары [16]. По предельно простому и общему определению, система S есть множество элементов $x_i \in X$ и связей $v_{ij} \in V = X \times X$ между ними – декартово произведение $S = X \times V$. Более ясное определение системы получается, если связи задаются отображениями-морфизмами $F: X \rightarrow X$ элементов множеств $x_i \in X$ на себя. Всякую систему можно представить как преобразование входных воздействий I (стимулов) в выходные величины Z (реакции) – в этом состоит причинно-следственный подход $\varphi: I \rightarrow Z$, где φ – функция преобразования (отображение, стрелка, морфизм). Эту систему называют моделью «вход-выход». В данном случае функция φ является преобразованием сигнала функциональной системы. Такие выражения общего вида слабо связаны с прикладной тематикой. Математики создают собственные абстрактные схемы и формулы, имеющие общенаучное, или метанаучное значение, с ориентацией на далекую перспективу использования.

При создании математической теории систем [17] с привлечением понятий теории категорий и дифференциальной геометрии предложены методы понижения уровня абстрактности знаний. Разложением преобразования $I \rightarrow Z$ «вход I – выход Z » системы называется последовательность морфизмов-стрелок: на входе $G: I \rightarrow X$, при преобразовании состояний системы $F: X \rightarrow X$ и на выходе $H: X \rightarrow Z$ [18]. Эта последовательность по звеньям реализуется на категорной диаграмме. Множество независимых объектов-моносистем TM_j вводится и исследуется как полисистема векторов касательных слоев TM_j расслоения TM пространства X на (над) многообразием M [19]. Это удобный, аналогичный диаграммам, формальный аппарат описания организации F пространства деятельности X , который расширяет возможности мета-моделирования [20]. В математической теории систем успешно применяют методы нелинейного функционального анализа, позволяющие получить важные результаты при изучении различных типов систем, в особенности содержащие линейные и нелинейные звенья с плавно изменяющимися выпуклыми характеристиками [21].

Рассмотрим специальную детализацию, применяемую для понижения уровня абстракции при определении понятия «система» с использованием методов расслоения дискретных и непрерывных множеств в приложении к организационной тематике.

3. Математическое моделирование. В разных вариантах общей теории систем и в философских исследованиях не решается задача возникновения автономных блоков – противоположностей. Они считаются заранее известными из жизненного опыта. Эта задача в теории систем рассматривается с применением процедур расслоения множеств элементов и пространств на базах и многообразиях [14-15] так, что всякий блок управления Y_j исходно становится независимым слоем TM_j , трактуемым, как моносистема в полисистеме $TM = \{TM_j\}$ расслоенного пространства X , где $TM \subset X$. В простейшем случае расслоением является сортировка Y_j элементов множества по образцам b_j , т.е. группировка или типизация объектов, например, объединение людей в закрытые ассоциации. Формально расслоение $s = (X, \pi, B)$ – это отображение $\pi: X \rightarrow B$ пространства X на пространство B . Пространство X называется пространством (множеством, объектом) расслоения, а B – базой расслоения, состоящей из набора элементов b_j этой базы; π – проекция расслоения. Обратное отображение $\sigma = \pi^{-1}: B \rightarrow X$ превращает пространство X в расслоенное пространство $Y = \{Y_j\}$ (полисистему слоев), состоящее из непересекающихся, изолированных подмножеств ($Y_j \cap Y_k = \emptyset$), т.е. не имеющих общих элементов, а следовательно, непосредственной обоюдной связи. Для любого элемента базы расслоения $B = \{b_j\}$ прообраз $Y_j = \sigma(b_j)$ называется слоем расслоения π над элементом $b_j \in B$. Например, организационная моносистема Y_j – это слой руководителя b_j организации с подчинёнными ему представителями ее ядра и периферии. Руководитель в центре b_j организации наделен особыми трудовыми функциями и полномочиями, правом выступать от имени организации Y_j при осуществлении внешних коммуникаций. К ядру организационного слоя относится множество сотрудников, обладающих правом совершения сделок с другими лицами и организациями в соответствии с должностными инструкциями и трудовыми договорами найма. К периферии оргслоя принадлежат агенты влияния, не состоящие на работе в организации, с широким кругом общения за ее пределами.

На разных базах выделяются различные виды расслоений, смысл которых заключается в разбиении неупорядоченного множества (пространства) на независимые слои (блоки, типы) с последующим наведением на множестве слоев структуры их связности (организации). Касательное расслоение позволяет перейти от общих выражений связности $f: F(x_0) \rightarrow F(x)$ к специальным уравнениям. Рассматривается многомерное пространство $X = \{X_i\}$, где каждая точка координируется радиус-вектором $x = \{x_i\}$, $x \in X$, $x_i \in X_i$. Функционирование системы описывается организационной функцией $F(x)$ связи переменных $x(t) = \{x_i(t)\}$. Функция $F(x)$ и соответствующая ей гладкая поверхность является многообразием, если эта поверхность сходна с евклидовым пространством, т.е. закономерности локальной области многообразия подобны законам, действующим в плоскости каждого касательного слоя Y_j . Окрестности близких точек согласованы таким образом, что при помощи гладких замен переменных можно перейти с одной окрестности на другую [22].

По аналогии с классами графических диаграмм оргфункция $F(x)$ содержит имя F , атрибуты $x(t) = \{x_i(t)\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, и методы преобразования, следующие из результатов математического анализа этой функции. Простая и достаточно понятная процедура расслоения множества действующих в организации факторов $x(t) = \{x_i(t)\}$ согласно функции их связей $F(x)$ четко раскладывает организацию на отдельные составляющие, которые можно упорядочить в диаграммы метамоделей и с их помощью решать различные задачи.

Аналитическое исследование основано на гипотезе, что все априори неизвестные организационные функции $F(x)$ являются многообразиями M , т.е. точно описываются набором линейных зависимостей – касательным преобразованием Лежандра $F(x) \leftrightarrow F^*(a)$:

$$F(x) = a \cdot x + F^*(a) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_ix_i + \dots + a_nx_n + F^*(a), \quad a_i = \frac{\partial F(x)}{\partial x_i}. \quad (1)$$

Здесь a_i – весовые коэффициенты ценности, показывающие, насколько изменится функция $F(x)$ при изменении независимой переменной x_i на единицу при сохранении значений остальных переменных; $a \cdot x$ – скалярное произведение векторов a и x ; вектор двойственных переменных $a = \{a_i\}$ указывает на направление изменений (влияния). Преобразование (1) задается билинейной функцией, линейной по многомерной переменной x и переменной a : $F_{x0}(x, a) = a \cdot x + F^*(a)$ для слоя, касательного в точке $x_0 = \{x_{0i}\}$. Величины a_i зависят от всех x_i или $y_i = x_i - x_{0i}$, в результате чего в формуле (1) возникают нелинейности по переменным $x(t) = \{x_i(t)\}$.

В микроэкономике функция $F(x)$ имеет смысл дохода, скалярное произведение $a \cdot x$ – издержек производства, где a, x – цены и количество затраченных ресурсов, $F^*(a)$ – скрытой прибыли, зависящей от уровня цен. В макроэкономике инвестиции $F(x)$ складываются из текущих объемов производства разных отраслей x и весовых коэффициентов a – акселераторов экономического роста. Функция $F^*(a)$ отражает эффективность инвестиционного процесса. В суде установление виновности $F(x)$ формально определяется взвешенной суммой отягощающих фактов $x = \{x_i\}$ и мерой их относительности (веса) $a = \{a_i\}$. В организационной системе $F_{x0}(x, a)$ коэффициенты a определяют важность информации x и направленность a (стрелку) институционального влияния: $F_{x0}(x, a) = a \cdot x + F^*(a)$.

В автономном слое, касательном к многообразию $F(x)$ в точке $x_0 = \{x_{0i}\}$, где $F(x) = F(x_0)$, уравнение (1) принимает линейный вид относительно разных вариантов воздействия $a(t) = \{a_i(t)\}$:

$$F(x_0) = a_1x_{01} + a_2x_{02} + \dots + a_ix_{0i} + \dots + a_nx_{0n} + F^*(a), \quad (2)$$

откуда $F^*(a)$ зависит не только от весовых коэффициентов чувствительности $a = \{a_i\}$, но и от параметров инварианта слоя $x_0 = \{x_{0i}\}$, детерминирующих базовые условия реализации функции $F(x)$. Из уравнения (2) находится неизвестная функция $F^*(a)$, величина которой подставляется в уравнение (1), и получается $F(x) = a \cdot (x - x_0) + F_0 = a \cdot y + F_0$, где $y = \{y_i\} = \{x_i - x_{0i}\}$ – значения локальных координат в смещенных, реляционных переменных, центрированных относительно x_0 :

$$f(y) = a_1y_1 + a_2y_2 + \dots + a_iy_i + \dots + a_ny_n, \quad a_i = \frac{\partial f(y)}{\partial y_i}, \quad (3)$$

где $f(y) = F(x) - F_0$ – различие (противоположность) текущих и базовых значений функции $F(x)$ в слое инварианта $x_0 = \{x_{0i}\}$.

Билинейное по векторным переменным x и a уравнение (3) – это универсальная функция, не содержащая ни одного неизвестного коэффициента. Двойственные переменные $a = \{a_i\}$ – показатели ценности в оргсистемах, задают векторы жизнедеятельности, направления активности людей. Это функциональная модель мотивированного поведения работников, ориентированного на повышение качества выполнения своих трудовых функций, на снижение затрат, рост вознаграждения за инициативную и самостоятельную работу. Во всех случаях дополнительный результат оценивается функцией $f(y)$ при разном наборе факторов $y = \{y_i\} = \{x_i - x_{0i}\}$, а точнее – отличия x_i от нормы x_{0i} .

Функция $F(x)$ для изучения ее свойств согласно (1)-(3) исследуется по частям, представляющим касательные плоскости к поверхности этой функции $F(x)$ в точке $x_0 = \{x_{0i}\} \in X$, где $F(x_0) = F_0$. Функция $F(x) = F(x_0)$ задает фиксированную базу расслоения, изменение которой $f(y) = F(x) - F(x_0)$ определяется функцией действия (3); ее можно отобразить формулами, имеющими разный содержательный смысл:

$$f(y) = a \cdot y = \sum_i a_i y_i = \sum_i \frac{\partial f}{\partial y_i} y_i = Lf(y), \quad (4)$$

$$f(y) = y \cdot \text{grad}F(x) = \sum_{i=1}^n a_i y_i, a_i = \frac{\partial f}{\partial y_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i}, \quad (5)$$

где $a \cdot y$ – векторное произведение двойственных векторов a и y ; L – оператор дифференцирования (действия); $\text{grad}F(x) = \text{grad}f(y)$ – градиенты функций исходных $x = \{x_i\}$ и локальных $y = \{y_i\} = \{x_i - x_{0i}\}$ координат. Обращаем внимание, что ценностные показатели $a = \{a_i\}$ не зависят от координат центра x_{0i} , поэтому зависимости (3) с сохранением ориентации можно переносить из слоя в слой.

Выражение (4) – это уравнение Эйлера для однородных функций $f(\lambda y) = \lambda f(y)$, применяемых в различных областях науки для учета масштаба факторного влияния, потенциалов развития. Факторы $y = \{y_i\}$ в этом уравнении, согласно (4), раскрываются $y_i(g)$ через частные факторы $g = \{g_k\}$, что дает зависимость $f[y(g)]$ от $g = \{g_k\}$ того же эйлерового вида. Иными словами, универсальная функция (3) обладает иерархией по вложению факторов [23]. Благодаря этому функция (3) обеспечивает свертку информации и замену переменных. Она также описывает аффинные преобразования различных зависимостей – их смещение, поворот, растяжение.

Из выражения (4) вытекает $f(y) = Lf(y)$, т.е. оператором L обеспечивается самовоспроизводящийся, самоорганизующийся процесс внутри и вне ядра слоя. Имеется тривиальное, устойчивое решение $f(y) = 0$, когда система находится в центре слоя $F(x) = F(x_0)$, а решение $f(y) \neq 0$ вида (3) означает меру отклонения от центра – своеобразную «патологию» в организации. В организации общества и производства эти качества знаменуют управляющие полномочия руководителя, самостоятельность деятельности коллектива, его иерархическое устройство, когда схема организации устойчиво повторяется на разных уровнях.

Организационная функция $F(x)$ в каждом слое $F_{x_0}(x, a)$, привязанном к идентификационной точке x_0 , разлагается на составляющие:

$$F(x) = f(y) + F(x_0) \quad (6)$$

поступления сигнала $F(x_0)$ в системный блок на входе с получением результата $F(x)$ на выходе с учетом переработки $f(y)$ входного сигнала согласно (3). Это соотношение реализует сетевые связи диаграмм разной сложности (см. рис.1) $f(y): F(x_0) \rightarrow F(x)$, где функция $f(y)$ соответствует вектору-стрелке на схеме. Иными словами, функциональный переход $F(x_0) \rightarrow F(x)$ от одной моносистемы к другой обеспечивается добавлением к входной функции $F(x_0)$ локального действия слоя $f(y)$ в относительных переменных $y = \{y_i\}$, $y_i = x_i - x_{0i}$ (рис.2). Переход из слоя в слой осуществляется последовательным прибавлением представительской функции $f(y)$ разного вида, зависящего от направления и веса $a = \{a_i\}$ каждого локального (диагностического) признака $y = \{y_i\}$ и показателя $x_0 = \{x_{0i}\}$, что определяет специфику слоя $F_{x_0}(x, a)$, его организационный функционал.

Переход по общей схеме $f(y): F(x_0) \rightarrow F(x)$ поэтапно происходит следующим образом. Начальное состояние слоя $F(x_0)$ самостоятельно или через представителей изменяется на величину $f(y) = F(x) - F(x_0)$. Эти изменения $f(y)$ переносятся в другой слой $F(x) = F_{01}(x) + f(y)$ согласно соотношению (6) (см. рис.1б). Его новое состояние $F_1(x)$ перерабатывается, и результат $f(y_1)$ фиксируется $F_1(x) = F_{01}(x) + f(y) + f(y_1)$ и передается в следующий слой $F_2(x) = F_{02}(x) + f(y_1)$ и т.д. Такая процедура напоминает работу сети абстрактных автоматов, имеющих один вход, один выход и находящихся в одном из состояний множества возможных состояний в каждый момент времени. Изменения $f(y)$, сделанные организацией или ее полномочным представителем, одновременно идут в зачет этой организации и влияют на изменение зависимой оргструктуры.

Разложение (6) имеет широкую трактовку, где, например, разность $f(y)=F(x) - F(x_0)$ можно понимать как добавленную стоимость или добавленный продукт производственной деятельности. Величина $f(y)$ исчисляет чистые издержки на функционирование, оплату услуг представителей. Можно считать $F(x)$ целью развития предприятия, начиная с текущего, стартового состояния – организующего начала $F(x_0)$ – по направлению движения $f(y)$ компании. Целеполагание $f(y)$ становится одной из основных функций управления, где цели $F(x)$ проистекают из ценностной ориентации $f(y)=a \cdot y$.

В соотношении (6) слагаемое $F(x_0)$ также трактуется, как среда реализации деятельности $f(y)$ с получением итогового результата $F(x)$. Например, считается [24], что специфика деятельности политических институтов в процессе стратегического управления территорией зависит от региональных особенностей x_0 : транспортной удаленности, природно-климатических и экономико-географических условий, этнической и конфессиональной принадлежности населения. В каждом регионе страны реализуются единые законы жизни общества $f(y)$, согласно (6), своеобразно $F(x_0)$ понимаемые по месту и времени. Такой средообусловленный дифференцированный подход обеспечивает равные возможности $f(y)$ развития различных регионов и каждого человека.

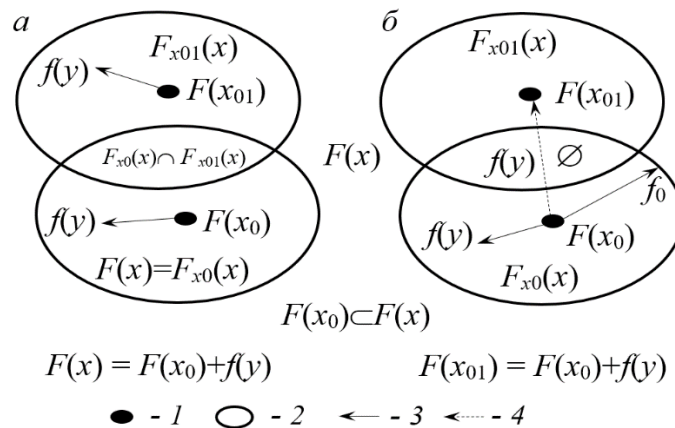


Рис.2. Схема расслоения системной функции $F(x)$ на многообразии $F(x_0)$ с выделением представительской функции $f(y)=F(x)-F(x_0)$: *а*) с пересечением слоев на поверхности $F(x)$; *б*) без пересечения слоев в расслоенном пространстве. Условные обозначения: 1 – центр слоя; 2 – граница ядра слоя; 3 – внутреннее действие слоя (отчуждение); 4 – внешнее действие слоя (представительская функция, передача сигнала)

В реальной жизни деятельностьные слои взаимосвязаны – пересекаются между собой $F_{x_0}(x) \cap F_{x_{01}}(x)$, когда коллективы и их посредники непосредственно общаются между собой, проникая в сообщества (рис. 2*а*). В нормативной полисистеме слои $F_{x_0}(x)=F(x)$ независимы, упорядочены функциональными действиями $f: F_{x_0}(x) \rightarrow F_{x_{01}}(x)$ в организационные образования (полисистемы) напрямую или с участием представителей, передающих итоги внутренней работы в другие оргструктуры (моносистемные блоки управления) для достижения общего, командного результата (рис.2*б*).

Добровольная передача своих прав и полномочий $f(y)$ для достижения новизны результатов деятельности есть выражение свободы поведения, реализации своих полномочий, учета собственных интересов. Права и свободы ограничиваются $f(y) < C$ в той мере, в которой это необходимо для достижения социально и юридически значимых целей, когда при определенных обстоятельствах вводятся дополнительные ограничения полномочий. С формальной точки зрения это понятно, поскольку разные функции $f(y)$ являются мерами (метриками) локального пространства слоя, по-своему определяющими расстояние от центра слоя x_0 до точки x : $y=x-x_0$. Расслоенные пространства с такой локальной метрикой называются

финслеровыми [25] и находят применение в различных областях знаний. Решением уравнения (3) является, в частности, евклидова метрика двух переменных

$$f(y) = \pm \sqrt{y_1^2 + y_2^2}. \quad (7)$$

Функция представительства $f(y)$ зависит от масштаба величин $y=\{y_i\}$ – размера влияния организации λ ($f(\lambda y)=\lambda f(y)$), что отражает степень свободы деятельности агента (отчуждения полномочий): при $\lambda=0$ будет $f(y)=0$ и $F(x)=F(x_0)$ – функции руководителя не передаются доверенным лицам. При $\lambda>0$ согласно (3) полномочия не отчуждаются $f(y)=0$, если 1) $a=0$, когда система функционирует в нормальном режиме, не реагирует на возмущения и 2) $y=0$, когда нет отклонения параметров системы x от нормы x_0 (см. формулу (7)), отсутствуют юридически обеспеченные действия согласно агентскому договору. Функцию $f(y)$ желательно рассматривать как транзакцию – минимальную операцию, которая имеет смысл и совершается только полностью $f(y)=C$, например, банковская транзакция перевода денежных средств $f(y)$ с одного счёта на другой или аналогичная сделка купли-продажи, связанная с отчуждением собственности $f(y)$.

Схема рис. 2 увязывается с формулой (3), что описывает широкий круг процессов и явлений, которые можно трактовать как выполнение представительских функций $f(y)$, для чего требуется профессиональный набор данных, знаний и умений. Существуют реальные $F(x)$ и номинальные $F(x_0)$ функции, связь которых обеспечивается проявлением одного в другом $F(x_0) \rightarrow F(x)$ посредством третьего $f(y)$, основанного на документированных руководствах к доверенному действию с учетом существующих правил и ограничений. Правовые документы $F(x_0)$ всегда присутствуют в нормативных документах поручения $F(x)=F(x_0)+f(y)$.

В правовой информатике исследуется и моделируется документооборот [26] – один из инструментов управления организацией, служащих для обмена электронной и иной информацией как внутри предприятия между сотрудниками, так и с внешними контрагентами. Документооборот – система создания, интерпретации, передачи, приема и архивирования документов в организации с момента их получения $F(x_0)$, создания или исполнения $f(y)$ до отправления их учреждениям смежников и в архив $F(x)$ в процессе делопроизводства. В централизованном документообороте системы «вход-выход» рассматривают три основных типа документов: входящие $F(x_0)$ (от внешних контрагентов), исходящие $F(x)$ (из подразделений) и внутренние $f(y)$ – процесс, включающий получение, творческую разработку, составление, обработку документов, их систематизацию. Делопроизводство активно развивается как составная часть аппарата управления любой организации или органа государственной власти и местного самоуправления, поскольку в документах информационно фиксируются все основные и текущие вопросы их деятельности, что можно использовать для структурной и параметрической идентификации моделей управления.

4. Обсуждение результатов. Представленные формальные закономерности и их графические схемы математически отображают структуру и функцию метамоделей организационных систем в концептуальном и аналитическом выражении. Это позволяет формализовать, символически описать ранее эмпирически установленные законы организации в природе и обществе. Так, указанные особенности линейного «вход-выход» и концентрического «центр-периферия» архетипов каждого слоя отображены в организационных принципах А.А.Богданова [1]. Им сформулированы основные положения системного подхода и теории самоорганизации систем, не потерявшие своей актуальности, в частности, касающиеся явлений ингрессии, эгрессии и дегрессии.

Ингрессия рассматривалась А.А.Богдановым как универсальный метод, выражающий «принцип всеобщей связи явлений». *Эгрессия* – принцип централизма, координации процессов в системах всякой природы, ответственный за целостность любого уровня.

Дегрессия – принцип ограничения разнообразия состояний системы. Эти методические положения соответствуют свойствам постоянства и устойчивости каждого слоя $F_{x0}(x)$ и организационной функции $F(x)$ в целом. Отсюда, по свойствам универсальной функции (3), определяются различие и подобие частей целого – однородных слоев полисистемы. Появляется возможность обосновать другие средства исследования систем, например, заложенные в методе анализа иерархий [23]. Образование организационных форм подчиняется общим законам на всех уровнях организации.

В каждой оргструктуре выделяется центр $f(y)=f(0)=0$, когда $F(x)=F(x_0)=F_0$, ядро $f(y)\leq f_0$ и периферия $f(y)>f_0$, неограниченно распространяющаяся в пространстве слоя (см. рис. 2б). Функция $f(y)$ определяется значениями $y=\{y_i\}$ локальных координат $Y=\{Y_i\}$ и представлена вектором положения в слое или линиями $f(y)=a \cdot y$ (в общем случае гиперплоскостями) сечения слоя через центр. Положения о существовании нормы $F_0=F(x_0)$, норматива отклонения от нормы $f(y)=f_0$ и согласно (2) универсальной связи $f(y)=Lf(y)$ оценки локального состояния системы $f(y)$ с порождающим его действием $Lf(y)$ можно считать аксиомами, задающими оргструктуру любого слоя в различной содержательной интерпретации.

Развитием билинейного описания оргфункции $F(x)$ по частям через касательное расслоение может быть ее представление квадратичными зависимостями в виде поля парного конкурирующего взаимодействия объектов [27] (см. рис. 2а). Такой подход реализуется в метамоделях квадратичной бинарной оптимизации QUBO – комбинаторной оптимизационной задачи с широким спектром приложений [28], в частности, для кластеризации, группировки объектов в классы по их сходству. Это основная задача анализа данных, статистическая форма расслоения пространства признаков.

Благодаря своей связи с моделями Э. Изинга, QUBO демонстрирует центральный набор задач для квантовых вычислений. Модель Изинга описывает решетку попарно взаимодействующих элементов, которые могут находиться в одном из двух дискретных состояний (+1 или -1), что создает возможность моделирования различных организационных полей [29]. В перспективе такая модель может быть использована для описания распределенных организаций $F(x)$ взаимодействия независимых слоев деятельности напрямую или через посредников при условии центрирования переменных по $F(x_0)$ и нормирования по f_0 .

Заключение. А.А. Богданов был первым, кто комплексно рассматривал структуру и динамику организаций с учетом внешних или внутренних факторов влияния, а также изменения целей ее функционирования. Он выявил общие законы механизмов формирования и трансформации организационных структур различной природы, поставил задачу математического описания существующих закономерностей. Такие проблемы решаются на самом высоком метанаучном уровне с использованием средств метамоделирования с построением структурных и динамических диаграмм и их формальном воплощении в формулах и алгоритмах с поэтапным понижением степени абстрагирования описаний и повышения глубины обработки исходных данных.

Интересные результаты получены в области содержательной и математической теории систем с использованием формальных категорий и полисистемного расслоения пространств на многообразиях, отображающих организационную основу объединения частных моносистем-слоев в целостные образования. В обобщенном смысле организация представляет собой структуру связей элементов любой системы, поэтому различные формы связей являются предметом изучения и моделирования в сквозной теории организации. Особенно это касается механизмов связности в обществе и на производстве. Математической метамоделью межкомпонентных взаимодействий становится универсальное билинейное уравнение

касательной плоскости-слоя в локальных переменных, заданных относительно положения центра слоя. Уравнение описывает скрытое изменение моносистемы внутри слоя в границах ядра и прямой или опосредованный через представителей перенос воздействий (интерфейс) на соседние моносистемы в ориентированной полисистемной сети организации. Уравнение по частям отображает поведение систем в каждом звене этой сети, графически представленной диаграммой классов объектов. Это уравнение, как часть разложения организационной функции (многообразия), допускает широкую содержательную интерпретацию по схемам «вход-выход» и объединение (свертку) характеристик элементов внутри слоя с учетом условий среды. Предполагается, что основные положения теории организации, полученные опытным путем, могут быть сформулированы в терминах моделей расслоения, в частности, формализованы аксиомы – организационные принципы А.А.Богданова, задающие архетип строения каждого слоя управления. Это позволяет подойти к созданию доказательной теории организации, получать выводимое знание. Пока еще до конца неясны причины сквозного характера действия принципа организованности и других научных принципов, проявляющихся в разных и во всех науках.

Потенциально в математических формулах есть все, что позволяет объяснить и понять наблюдаемые закономерности, но только на соответствующем уровне обобщения и абстракции. Применяемые в данном исследовании билинейные касательные аппроксимации организационных функций целостности дают удовлетворительную трактовку дифференциации объектов и их зависимостей. Вместе с тем аналитический подход предполагает возможность использования нелинейных приближений многообразий связей большего порядка для отображения свойств организационных полей, например, при метамоделировании квадратичной бинарной организации.

Благодарности. Исследование выполнено за счет средств государственного задания (номер госрегистрации темы АААА-А21-121012190056-4).

Список источников

1. Богданов А.А. Всеобщая организационная наука (тектология) / А.А. Богданов. – М. – Л.: Книга. – Ч. 1. – 1925. – 300 с. – Ч. 2. – 1927. – 268 с.
2. Локтионов М.В. Богданов как основоположник общей теории систем / М.В. Локтионов // Философия науки и техники, 2016. – Т. 21. – № 2. – С. 80-96.
3. Александр Александрович Богданов. Сборник / под ред. М. В. Локтионова // Институт философии РАН, Некоммерческий научный фонд «Институт развития им. Г.П. Щедровицкого». – М.: РОССПЭН, 2021. – 472 с.
4. Gorelik G. Bogdanov's tektologia, general system theory, and cybernetics. *Cybernetics and Systems: An International Journal*, 1987, v.18, no.2, pp. 157-175.
5. Дородных Н.О. Разработка и использование метамodelей для синтеза спецификаций и кодов баз знаний / Н.О. Дородных, О.А. Николайчук, А.Ю. Юрин, и др // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2019. – № 2 (14). – С. 26-39.
6. Метамоделирование // Бизнес-Моделирование. – URL: <https://bm-symma.ru/metamodelling.html?ysclid=m87im7rkv4604030407> (дата обращения: 18.04.2024).
7. Нотации моделирования бизнес-процессов. – URL: <https://leanvector.ru/blog-eksperta/notatsii-modelirovaniya-biznes-protsessov/> (дата обращения: 18.04.2024).
8. Черкашин А.К. Представительские функции в системах организационного управления: концептуальная метамодель / А.К. Черкашин // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2025. – № 2(38). – С. 140-157. – DOI:10.25729/ESI.2025.38.2.012.
9. Пригожин А.И. Методы развития организаций / А.И. Пригожин. 2-е изд. – М.: URSS, Ленанд, 2017. – 863 с.
10. Буч Г. Язык UML. Руководство пользователя / Г.Буч, Д.Рамбо, И.Якобсон. – 2-е изд. – М.: ДМК Пресс, 2006. – 496 с.
11. Пригожин А.И. Дезорганизация. Причины, виды, преодоление / А.И. Пригожин. – 2-е изд. – М.: URSS, 2025. – 400 с.
12. Лалу Ф. Открывая организации будущего / Ф. Лалу. – М: Изд-во «Манн, Иванов и Фербер», 2016. – 422 с.

13. Робертсон Б.Дж. Холакратия. Революционный подход в менеджменте / Б.Дж. Робертсон. – М: Изд-во «Бомбора», 2020. – 256 с.
14. Черкашин А.К. Математическое объяснение устойчивого политического развития общества / А.К.Черкашин // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2021. – № 2 (22). – С. 5-20. – DOI:10.38028/ESI.2021.22.2.001.
15. Черкашин А.К. Научная информация и правовая система в организации территориального управления обществом / А.К. Черкашин // Правовая информатика, 2021. – № 4. – С. 57-69.
16. Месарович М. Общая теория систем: математические основы / М.Месарович, Я.Такахара. – М.: Мир, 1978. – 312 с.
17. Калман Р. Очерки по математической теории систем / Р.Калман, П.Фалб, М. Арбиб. – М.: Эдиториал УРСС. – 2010. – 400 с.
18. Арбиб М. Основания теории систем: разложимые системы / М.Арбиб, Э.Дж. Мейнс // Математические методы в теории систем. – М.: Мир, 1979. – С.7-49.
19. Лобри К. Динамические полисистемы и теория управления / К. Лобри // Математические методы в теории систем. – М.: Мир, 1979. – С.134-173.
20. Черкашин А. К. Полисистемный анализ и синтез / А.К. Черкашин. – Новосибирск: Наука, 1997. – 502 с.
21. Покровский А.В. Системы с сильными нелинейностями / А.В. Покровский // Математическая теория систем. – М.: Наука, 1986. – С.96-111.
22. Андреев Ю.Н. Дифференциально-геометрические методы в теории управления / Ю.Н.Андреев // Автоматика и телемеханика, 1982. – № 10. – С. 5-46.
23. Черкашин А.К. Математические аспекты реализации метода анализа иерархий / А.К. Черкашин // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2020. – № 1 (17). – С. 5-24. – DOI:10.38028/ESI.2020.17.1.001.
24. Пещеров Ю.Г. Роль политических институтов в стратегическом управлении регионами в зависимости от климатических условий / Ю.Г.Пещеров, Г.И.Пещеров // Власть, 2023. – № 3. – С. 57-60.
25. Antonelli P.L. Handbook of Finsler Geometry. Springer, 2003, 1437 p.
26. Тали Д.И. Принципы целостности и интегративности в формировании электронного документа / Д.И.Тали // Правовая информатика, 2022. – № 3. – С. 72-83.
27. Черкашин А.К. Политическая география и географическая политология: герменевтические исследования и математическое моделирование электоральных явлений / А.К. Черкашин // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2024. – №2. – С. 5-18. – DOI:10.25729/ESI.2024.34.2.001.
28. Kochenberger G., Hao J.-K., Glover F., et al. The unconstrained binary quadratic programming problem: a survey. Journal of Combinatorial Optimization, 2014, v. 28, pp. 58-81.
29. Gallavotti G. Statistical mechanics: a short treatise. Berlin: Springer-Verlag, 1999, 339 p.

Черкашин Александр Константинович. Доктор географических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории теоретической географии Института географии им. В.Б. Сочавы СО РАН. AuthorID: 58425, SPIN: 5266-0499, ORCID: 0000-0002-7596-7780, WOS: K-2418-2017, akcherk@irnok.net, 664033, г. Иркутск, ул. Улан-Баторская 1.

UDC 51–7:303.09

DOI:10.25729/ESI.2025.39.3.011

Representative capacity in organizational management systems: mathematical metamodeling

Aleksander K. Cherkashin

V.B. Sochava institute of geography SB RAS,

Russia, Irkutsk, akcherk@irnok.net

Abstract. This study aims are to create meta-models of the system organization with different complexity and a mathematical description of representative capacities that ensure paired subsystems interactions. To solve the problem, the basic ideas of A.A.Bogdanov' general organizational science are involved, where an organization is an ordered set of internal relationships and system properties with a certain functioning mode. The mathematical

foundations of systems theory are also used, namely, set theory, category theory, and differential geometry of the fiber bundle of spaces on a manifold of connections of variables. At various abstract levels, normative meta-models as polysystem without local feedback of coordination management are created in the form of commutative diagrams of the interaction of monosystems, taking into account external or internal factors of influence and possible changes in development goals. For metamodeling of various applications, existing software is used that supports any modeling notation, or traditional methods of scientific research are used, when many models of different objects are made based on a single meta-model. A meta-model is formed as a composition of classes, attributes and class relationships, and is formalized as a generalized organizational function – a manifold as bundle base for distinguishing a polysystem of classes, for example, in the form of separation of powers, work, and the powers of managers and executors. The communication interface between two classes expresses a relationship where functional changes in one class directly or through representatives affect the other class. Metamodeling notation in terms of category theory and mathematical analysis make it possible to reduce the abstraction of expressions in the general theory of systems and structural diagrams, and to derive calculation formulas. Through the fiber bundle procedure, the decomposition of the organizational function into three acts of entry, exit and monosystem state transformation in the form of a universal bilinear function of relative variables is justified, which describes the change of monosystems and the performance of representative actions. According to the limitations on this function, the concentric structure of each layer (fiber) "center-core-periphery" is axiomatically defined and the mechanism of polysystem connectivity of the fibers is modeled. The presented formal patterns and their graphical schemes mathematically display the structure and function of metamodels of organizational systems in conceptual and analytical terms and allow them to be applied in the analysis of data and knowledge, symbolically describe previously empirically established rules of self-organization in nature and society. The development of a bilinear description of an organizational function in parts through a tangent bundle is its quadratic representation in the form of a field of pairwise competitive interaction of objects.

Keywords: organizational activity, fiber bundle procedure, normative polysystem, representative functions, categorical notation of metamodeling, commutative diagrams, organizational fields, universal function, mathematical meta-model

Acknowledgments. The study was carried out using funds from a state assignment (state registration number of the topic AAAA-A21-121012190056-4).

References

1. Bogdanov A.A. Vseobshchaya organizatsionnaya nauka (tektologiya) [General organizational science (tectology)]. Moscow - Leningrad: Kniga, ch. 1, 1925, 300 p., ch. 2, 1927, 268 p.
2. Loktionov M.V. Bogdanov kak osnovopolozhnik obshchey teorii system [Bogdanov as the founder of the general theory of systems]. Filosofiya nauki i tekhniki [Philosophy of science and technology], 2016, vol. 21, no. 2, pp. 80-96.
3. Aleksandr Aleksandrovich Bogdanov. Sbornik [Alexander Alexandrovich Bogdanov. Collection] M.V. Loktionov ed. Institute of Philosophy of the Russian Academy of Sciences, Non-profit Scientific Foundation "Shchedrovitsky Institute of Development", Moscow: ROSSPEN, 2021, 472 p.
4. Gorelik G. Bogdanov's tektologia, general system theory, and cybernetics. Cybernetics and systems: an international journal, 1987, vol.18, no.2, pp. 157-175.
5. Dorodnykh N.O. Dorodnykh N.O., Nikolaychuk O.A., et al. Razrabotka i ispol'zovanie metamodeley dlya sinteza spetsifikatsiy i kodov baz znaniy [Development and use of meta-models for synthesis of specifications and codes of knowledge bases]. Informatsionnyye i matematicheskiye tekhnologii v nauke i upravlenii [Information and mathematical technologies in science and management], 2019, no. 2 (14). pp. 26-39.
6. Metamodelirovanie. Biznes-Modelirovanie [Metamodeling. Business Modeling]. Available at: <https://bm-symma.ru/metamodelling.html?ysclid=m87im7rkv4604030407> (accessed: 04/18/2024).
7. Notatsii modelirovaniya biznes-protssesov [Business process modeling notations]. Available at: <https://leanvector.ru/blog-eksperta/notatsii-modelirovaniya-biznes-protssesov/> (accessed: 04/28/2024).
8. Cherkashin A.K. Predstavitel'skie funktsii v sistemakh organizatsionnogo upravleniya: kontseptual'nye metamodeli [Representative capacity in organizational management systems: a conceptual metamodel]. Informatsionnyye i matematicheskiye tekhnologii v nauke i upravlenii [Information and mathematical technologies in science and management], 2025, no.2 (38), pp. 140-157, DOI:10.25729/ESI.2025.38.2.012.
9. Prigozhin A.I. Metody razvitiya organizatsiy [Methods of organization development]. Second edition. Moscow: URSS, Lenand, 2017, 863 p.
10. Booch G., Rumbaugh J., Jacobson I. Yazyk UML. Rukovodstvo pol'zovatelya [The Unified Modeling Language User Guide]. 2nd ed. Moscow, DMK Press., 2006, 496 p.

11. Prigozhin A.I. Dezorganizatsiya. Prichiny, vidy, preodolenie [Disorganization. Causes, types, overcoming]. Second edition. Moscow: URSS, 2025, 400 p.
12. Laloux F. Otkryvaya organizatsii budushchego [Reinventing Organizations]. Moscow, Mann, Ivanov i Ferber, 2016, 422 p.
13. Robertson B.J. Kholakratiya. Revolyutsionnyy podkhod v menedzhmente [Holacracy: The Revolutionary Management System]. Moscow, Bombora, 2020, 256 p.
14. Cherkashin A.K. Matematicheskoe obyasnienie ustoychivogo politicheskogo razvitiya obshchestva. [Mathematical explanation of sustainable political development of the society]. Informatsionnyye i matematicheskiye tekhnologii v nauke i upravlenii [Information and mathematical technologies in science and management], 2021, no. 2 (22), pp. 5-20, DOI:10.38028/ESI.2021.22.2.001.
15. Cherkashin A.K. Nauchnaya informatsiya i pravovaya sistema v organizatsii territorial'nogo upravleniya obshchestvom [Scientific information and the legal system in the organization of territorial management of the society]. Pravovaya informatika [Legal informatics], 2021, no. 4, pp. 57-69.
16. Mesarovic M.D., Takahara Y. Obshchaya teoriya sistem: matematicheskiye osnovy [General systems theory: mathematical foundations]. Moscow, Mir, 1978, 312 p.
17. Kalman R.E., Falb R.L., Arbib M.A. Ocherki po matematicheskoy teorii sistem [Topics in mathematical system theory]. Moscow, Editorial URSS, 2010, 400 p.
18. Arbib M.A., Manes E.G. Osnovaniya teorii sistem: razlozhimyye sistemy [Foundations of system theory: decomposable systems]. Matematicheskiye metody v teorii sistem [Mathematical methods in systems theory], Moscow, Mir, 1979, pp. 7-49.
19. Lobry C. Dinamicheskiye polisistemy i teoriya upravleniya [Dynamic polysystems and control theory]. Matematicheskiye metody v teorii sistem [Mathematical methods in systems theory], Moscow, Mir, 1979, pp. 134-173.
20. Cherkashin A. K. Polisistemnyy analiz i sintez [Polysystem analysis and synthesis]. Novosibirsk: Nauka Publ., 1997, 502 p.
21. Pokrovskiy A.V. Sistemy s sil'nymi nelineynostyami. Matematicheskaya teoriya sistem [Systems with strong nonlinearities.]. Matematicheskaya teoriya sistem [Mathematical theory of systems], Moscow: Nauka, 1986, pp. 96-111.
22. Andreev Yu.N. Differential'no-geometricheskie metody v teorii upravleniya [Differential geometric methods in control theory]. Avtomatika i telemekhanika [Automation and telemechanics], 1982, no. 10, pp. 5-46.
23. Cherkashin A.K. Matematicheskie aspekty realizatsii metoda analiza ierarkhiy [Mathematical aspects of the implementation of the hierarchy analysis method]. Informatsionnyye i matematicheskiye tekhnologii v nauke i upravlenii [Information and mathematical technologies in science and management], 2020, no.1 (17), pp. 5-24, DOI:10.38028/ESI.2020.17.1.001.
24. Peshcherov Yu.G., Peshcherov G.I. Rol' politicheskikh institutov v strategicheskoy upravlenii regionami v zavisimosti ot klimaticheskikh usloviy [The role of political institutions in the strategic management of regions depending on climatic conditions]. Vlast' [Power], 2023, no. 3, pp. 57-60.
25. Antonelli P.L. Handbook of Finsler Geometry, Springer, 2003, 1437 p.
26. Tali D.I. Printsipy tselostnosti i integrativnosti v formirovaniye elektronnoy dokumentatsii [Principles of integrity and integrativity in the electronic document formation]. Pravovaya informatika [Legal informatics], 2022, no. 3, pp. 72-83.
27. Cherkashin A.K. Politicheskaya geografiya i geograficheskaya politologiya: germeneyticheskie issledovaniya i matematicheskoe modelirovaniye elektoral'nykh yavleniy [Political geography and geographical political science: hermeneutic research and mathematical modeling of electoral phenomena]. Informatsionnyye i matematicheskiye tekhnologii v nauke i upravlenii [Information and mathematical technologies in science and management], 2024, no. 2, pp. 5-18, DOI:10.25729/ESI.2024.34.2.001.
28. Kochenberger G., Hao J.-K., Glover F., et al. The unconstrained binary quadratic programming problem: a survey. Journal of Combinatorial Optimization, 2014, v. 28, pp. 58-81.
29. Gallavotti G. Statistical mechanics: a short treatise. Berlin: Springer-Verlag, 1999, 339 p.

Cherkashin Aleksander Konstantinovich. Doctor of geographical sciences, professor, chief researcher of the laboratory of Theoretical geography of V.B. Sochava institute of geography SB RAS, AuthorID: 58425, SPIN: 5266-0499, ORCID: 0000-0002-7596-7780, WOS: K-2418-2017, akcherk@irnok.net, 664033, Irkutsk, Ulaanbaatar st. 1.

Статья поступила в редакцию 21.07.2024; одобрена после рецензирования 01.04.2025; принята к публикации 25.06.2025.

The article was submitted 07/21/2024; approved after reviewing 04/01/2025; accepted for publication 06/25/2025.